

Міністерство освіти і науки України  
Донбаська державна машинобудівна академія (ДДМА)

## **ОПР МАТЕРІАЛІВ**

**Методичні вказівки  
до самостійної роботи в умовах дистанційного навчання  
для студентів усіх механічних спеціальностей  
денної прискореної форми навчання**

Затверджено  
на засіданні методичної ради  
Протокол № 4 від 23.12.21

Краматорськ  
ДДМА  
2021

Опір матеріалів : *самостійна робота в умовах дистанційного навчання [для студентів усіх механічних спеціальностей денної прискореної форми навчання]* / [уклад. Ю. С. Холодняк, Н. В. Чоста]. – Краматорськ : ДДМА, 2021. – 68 с.

Містять необхідну інформаційну базу і рекомендації щодо організації самостійної роботи студентів з вивчення прискореного курсу опору матеріалів в умовах повного або часткового переходу до дистанційної форми навчання.

Укладачі

Ю. С. Холодняк, доц.,  
Н. В. Чоста, доц.

Відп. за випуск

С. В. Подлесний, доц.

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
1 ТЕМИ І ПИТАННЯ ПРИСКОРЕНОГО КУРСУ ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ, ЇХ МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ.....	6
Тема 1. Вступ. Метод перерізів.....	6
Тема 2. Розтягання-стискання.....	6
Тема 3. Геометрія плоских перерізів.....	6
Тема 4. Епюри при плоскому згинанні.....	7
Тема 5. Теорія напруженого стану. Теорії міцності.....	7
Тема 6. Напруження при плоскому згинанні.....	8
Тема 7. Переміщення в пружних системах.....	8
Тема 8. Зсув. Кручення.....	9
Тема 9. Стійкість стиснутих стрижнів.....	9
2 ПЛАН-ГРАФІК НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ.....	10
3 КОНТРОЛЬНІ ТОЧКИ КУРСУ.....	11
4 ЗРАЗКИ МАТЕРІАЛІВ ДЛЯ КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ.....	12
4.1 Зразки завдань вхідного контролю.....	12
4.2 Зразки завдань контрольної роботи 1.....	12
4.3 Зразки завдань контрольної роботи 2.....	13
4.4 Зразки завдань контрольної роботи 3.....	14
4.5 Зразки завдань контрольної роботи 4.....	14
4.6 Зразки екзаменаційних білетів.....	15
5 ОРІЄНТОВНИЙ ПЕРЕЛІК ЗАПИТАНЬ ДО ТЕСТОВИХ ОПИТУВАНЬ 3 ТЕОРІЇ.....	17
5.1 Опитування 1.....	17
5.2 Опитування 2.....	20
6 КОНТРОЛЬ І ОЦІНЮВАННЯ НАБУТИХ ЗНАНЬ.....	24
7 ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ.....	26
7.1 Задача 1 вхідного контролю.....	26
7.2 Задача 2 вхідного контролю.....	27
7.3 Задача 1 контрольної роботи 1 і задача 1 екзаменаційних білетів першого рівня.....	28
7.4 Задача 2 контрольної роботи 1 (варіант 1).....	30
7.5 Задача 2 контрольної роботи 1 (варіант 2).....	32
7.6 Задача 1 контрольної роботи 2 (варіант 1).....	34

7.7	Задача 1 контрольної роботи 2 (варіант 2).....	35
7.8	Задача 2 контрольної роботи 2 (варіант 1).....	37
7.9	Задача 2 контрольної роботи 2 (варіант 2).....	39
7.10	Задача 2 екзаменаційних білетів першого рівня.....	41
7.11	Задача контрольної роботи 3 (варіант 1) і задача 2 екзаменаційних білетів другого рівня (варіант 1).....	43
7.12	Задача контрольної роботи 3 (варіант 2) і задачі 2 екзаменаційних білетів другого рівня (варіант 2).....	45
7.13	Задача контрольної роботи 4 (варіант 1).....	48
7.14	Задача контрольної роботи 4 (варіант 2).....	52
7.15	Задача 1 екзаменаційних білетів другого рівня.....	57
	ЛІТЕРАТУРА.....	60
	ДОДАТОК А. Основні параметри катаних профілів.....	62
	ДОДАТОК Б. Формула крайніх ординат.....	68

## ВСТУП

Прискорений курс опору матеріалів вивчають студенти, які закінчили заклади вищої освіти 1 рівня – коледжі й технікуми і мають певний рівень початкової освіти для бакалаврської підготовки. Цим пояснюється кількість навчального часу, яка планується для даного курсу: вона значно менша тієї кількості годин, що відводяться на повний курс цієї дисципліни, котрий читається випускникам середніх шкіл.

Досвід показує, що в запланований проміжок часу неможливо розглянути на достатньому рівні всі теми повного курсу. Тому в прискореному курсі залишаються тільки ті теми, які є найбільш важливими для майбутніх фахівців.

Наповнення прискореного курсу, регламентоване затвердженою робочою програмою, стосувалось виключно традиційної (в приміщенні академії) форми навчання, яка надавала студентам можливість повноцінного контакту з викладачами. Саме на таку форму навчання і були орієнтовані діючі методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів [19].

Однак, у 2019–2020 навчальному році половина курсу (семестр 2б) через карантин опинилась в умовах застосування нової, більш складної для студентів дистанційної форми навчання в системі *Moodle* ДДМА, що призвело до суттєвого зниження якості набутих ними знань. Виникла потреба в адекватному спрощенні навчального процесу, особливо його практичної частини. Потребували відповідних змін і діючі методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів. Ці обставини і зробили актуальною дану розробку.

Оновлені методичні вказівки повною мірою відображають особливості скорегованого, значно спрощеного навчального процесу і мають за мету створення більш сприятливих умов для засвоєння студентами теоретичних і практичних аспектів курсу в умовах повного або часткового застосування дистанційної форми навчання. При цьому саме другий її варіант, який поєднує традиційний навчальний процес з елементами дистанційного (насамперед тестових опитувань з теорії і повторних складань контрольних точок в системі *Moodle* ДДМА) вважається у даних вказівках пріоритетним і найбільш ефективним. Повний же перехід на дистанційну форму навчання є виправданим лише в разі введення карантинних або інших масових обмежень.

Обидві означені форми дистанційного навчання можуть реалізуватись в індивідуальному порядку окремими студентами після погодження з викладачами і деканатами.

Слід зазначити, що наповнення методичного забезпечення скорегованого курсу не обмежилось лише розробкою даних методичних вказівок. Воно зробило також нагальною переробку діючого збірника розрахунково-графічних завдань з включенням до нього додаткових задач, передбачених програмою курсу [9].

# 1 ТЕМИ І ПИТАННЯ ПРИСКОРЕНОГО КУРСУ ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ, ЇХ МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

## Тема 1. Вступ. Метод перерізів

1.1 Основні поняття, задачі та місце дисципліни «Опір матеріалів» у системі інженерної підготовки. Прийняті допущення. Реальні об'єкти і розрахункові схеми. Типові елементи конструкцій.

1.2 Зовнішні сили та їх класифікація. Внутрішні зусилля, метод перерізів. Напруження повні, нормальні та дотичні. Зв'язок напружень з внутрішніми зусиллями.

**Основні теоретичні відомості:** [1, с. 9–15, 37–41].

**Додаткові джерела:** [2, с. 7–20]; [3, с. 5–17]; [4, с. 13–21, 42–48]; [7, с. 4–23]; [16, с. 4–21].

## Тема 2. Розтягання-стискання

2.1 Розтягання-стискання. Визначення напружень. Зв'язок напружень і деформацій, закон Гука. Коефіцієнт Пуассона.

2.2 Побудова епюр подовжніх сил і напружень при розтяганні – стисканні. Умови міцності. Визначення допустимих напружень. Умова жорсткості.

2.3 Механічні випробування матеріалів на розтягання і стискання. Діаграми розтягання і стискання, їх особливі точки. Показники міцності та пластичності. Матеріали крихкі та пластичні.\*

2.4 Статично визначувані та статично невизначувані стрижневі системи, що працюють на розтягання – стискання. Ступінь статичної невизначуваності, план її розкриття.\*

**Основні теоретичні відомості:** [1, с. 42–43, 83–97, 112–114, 130–134].

**Додаткові джерела:** [2, с. 20–37]; [3, с. 18–32]; [4, с. 48–49, 93–111, 127–130, 147–152]; [5, с. 7–9, 12–15]; [7, с. 24–39, 50–73, 76–79]; [8, с. 7–27]; [15, с. 9–10]; [16, с. 2–47, 54–69].

**Методи і приклади розв'язання задач:** [1, с. 43, 115–123]; [3, с. 18–32]; [4, с. 49–50, 130–139]; [5, с. 9–14]; [6, с. 5–32]; [7, с. 39–46, 53–54, 73–76, 79–87]; [9, с. 5–13, 23–33]; [10, с. 7–22]; [15, с. 10–33]; [16, с. 73–86].

## Тема 3. Геометрія плоских перерізів

3.1 Статичні моменти площини. Центральні осі та центр ваги плоскої фігури. Положення центрів ваги найпростіших фігур. Способи визначення центрів ваги фігур складної конфігурації.

3.2 Моменти інерції плоскої фігури, їх види. Зв'язок полярного і осьових моментів інерції. Головні осі інерції. Формули для моментів інерції найпростіших фігур.

3.3 Залежності між моментами інерції плоскої фігури при паралельному переносі та повороті осей координат.

3.4 Головні центральні осі плоскої фігури, їх положення. Визначення головних моментів інерції.

**Основні теоретичні відомості:** [1, с. 17–29].

**Додаткові джерела:** [2, с. 104–120]; [3, с. 91–105]; [4, с. 21–35]; [5, с. 23–30]; [7, с. 139–152]; [15, с. 56–60]; [16, с. 135–156].

**Методи і приклади розв'язання задач:** [1, с. 34–35]; [4, с. 41–42]; [5, с. 30–34]; [6, с. 42–49]; [7, с. 152–154]; [9, с. 74–81]; [10, с. 46–49]; [15, с. 61–76]; [16, с. 157–163].

#### **Тема 4. Епюри при плоскому згинанні**

4.1 Балки і рами, їх елементи і різновиди. Типи опор і опорні реакції. Внутрішні зусилля, правила знаків. Диференціальні залежності при згині.

4.2 Правила побудови епюр внутрішніх зусиль для балок. Особливості епюр у місцях прикладення до балки зосереджених сил і моментів, також на ділянках, де є розподілене навантаження і де воно відсутнє. Визначення екстремальних значень згинальних моментів.

4.3 Особливості та правила побудови епюр внутрішніх зусиль для плоских рам. Перевірка правильності побудов.

**Основні теоретичні відомості:** [1, с. 46–66].

**Додаткові джерела:** [2, с. 42–68]; [3, с. 36–52]; [4, с. 53–73]; [5, с. 56–63]; [6, с. 62–78]; [7, с. 170–176]; [11, с. 5–11]; [16, с. 208–239].

**Методи і приклади розв'язання задач:** [3, с. 53–59]; [4, с. 73–75]; [6, с. 62–78]; [7, с. 133–159, 174–186]; [9, с. 34–73, 92–103]; [10, с. 28–46]; [11, с. 12–18]; [15, с. 34–55].

#### **Тема 5. Теорія напруженого стану. Теорії міцності**

5.1 Напружений стан у точці тіла, його задавання і компоненти. Індокси нормальних і дотичних напружень. Закон парності дотичних напружень.

5.2 Головні площадки, головні напруження і головні напрями. Типи напружених станів. Пряма і зворотна задачі теорії напруженого стану.

5.3 Аналітичне розв'язання прямої і зворотної задач теорії плоского напруженого стану.\*

5.4 Графічне розв'язання прямої і зворотної задач теорії плоского напруженого стану, круги Мора.

5.5 Об'ємний напружений стан. Напруження і деформації. Узагальнений закон Гука. Питома потенційна енергія пружної деформації, її складові.

5.6 Теорії міцності, їх призначення. Критерії міцності та еквівалентні напруження.

5.7 Класичні теорії міцності, їх області застосування і недоліки, умови міцності.\*

**Основні теоретичні відомості:** [1, с. 152–187].

**Додаткові джерела:** [2, с. 68–94]; [3, с. 60–82]; [4, с. 170–208]; [5, с. 16–23]; [7, с. 94–99, 260–266]; [16, с. 91–114, 340–352].

**Методи і приклади розв’язання задач:** [1, с. 157–158, 166–167, 176–177, 191–192]; [4, с. 183, 196, 212–214]; [5, с. 19]; [6, с. 33–41]; [16, с. 114–118, 352–353].

## **Тема 6. Напруження при плоскому згинанні**

6.1 Плоский згин, його різновиди. Чистий згин, визначення нормальних напружень. Умова міцності.

6.2 Поперечний згин. Визначення дотичних напружень, формула Журавського.

6.3 Еквівалентні напруження в стрижні при поперечному згині. Повна перевірка міцності балки; умови міцності, допустимі напруження.

**Основні теоретичні відомості:** [1, с. 237–261].

**Додаткові джерела:** [2, с. 132–156]; [3, с. 116–143]; [4, с. 259–275, 279–282]; [5, с. 64–74]; [6, с. 68–69]; [7, с. 176–189, 195–198]; [16, с. 239–277].

**Методи і приклади розв’язання задач:** [2, с. 156–162]; [4, с. 270–271, 276–279, 282–284]; [5, с. 74–76]; [6, с. 69–78]; [7, с. 189–194, 198–199]; [9, с. 92–103]; [10, с. 31–37]; [12, с. 5–10]; [15, с. 77–140]; [16, с. 314–328]; [20, с. 6–41].

## **Тема 7. Переміщення в пружних системах**

7.1 Потенційна енергія пружної деформації стрижня і стрижневої системи в загальному випадку навантаження. Потенційна енергія балок і плоских рам.

7.2 Теорема Кастільяно, її недоліки при визначенні переміщень в стрижневих системах.

7.3 Метод і інтегралі Мора для визначення переміщень в стрижневих системах.

7.4 Числові способи визначення інтегралів Мора: правило Верещагіна, формула крайніх ординат.

7.5 Статично невизначувані балки і рами, ступень їх статичної невизначуваності і послідовність розрахунку. Особливості багатопрогонних нерозрізних балок.\*

**Основні теоретичні відомості:** [1, с. 354–390, 392–397, 404–412, 416–417].

**Додаткові джерела:** [4, с. 381–413, 417–429, 437–443, 450–451]; [5, с. 87–91, 95–96, 126–131]; [11, с. 75–79, 101]; [13, с. 6–42, 51–56]; [14, с. 6–21, 24–43, 54–58]; [16, с. 425–445, 453–474].



**Методи і приклади розв'язання задач:** [1, с. 370–371, 380–381, 383–384, 397–403]; [4, с. 410–413, 429–434, 443–445]; [5, с. 96–98, 131–144]; [6, с. 114–131, 159–175]; [9, с. 136–152]; [11, с. 79–89, 101–105]; [12, с. 22–33]; [13, с. 44–51, 56–60]; [14, с. 22–23, 46–53, 58–63]; [16, с. 445–450, 475–480]; [20, с. 15–41].

## **Тема 8. Зсув. Кручення**

8.1 Чистий зсув, напруження і деформації. Закон Гука при зсуві. Умова міцності, допустимі напруження.

8.2 Кручення. Зв'язок потужності з крутним моментом. Побудова епюр крутних моментів. Характер деформації і напружений стан стрижнів при крученні.

8.3 Визначення напружень і деформацій при крученні. Умови міцності та жорсткості.

**Основні теоретичні відомості:** [1, с. 44–45, 193–199, 201–203, 206–213].

**Додаткові джерела:** [2, с. 94–100, 123–132]; [3, с. 83–89, 108–115]; [4, с. 50–52, 214–236]; [5, с. 34–36, 40–48]; [7, с. 99–107, 110–113, 115–127, 132–134]; [15, с. 141–143]; [16, с. 121–130, 166–182].

**Методи і приклади розв'язання задач:** [1, 46, 200–201, 203–204, 213–215]; [2, с. 100–104, 132]; [3, с. 87–88, 90, 115]; [4, с. 52, 221–222, 225–227, 235–236]; [5, с. 48]; [6, с. 50–59]; [7, с. 107–110, 113–115, 127–133]; [10, с. 23–28]; [15, с. 143–150]; [16, с. 130–133, 195–204].

## **Тема 9. Стійкість стиснутих стрижнів**

9.1 Поняття стійкості стиснутого стрижня. Види пружної рівноваги. Критична сила і критичне напруження. Задача Ейлера.

9.2 Межі застосування формули Ейлера для критичного напруження. Формула Ясинського. Розрахунки на стійкість стиснутого стрижня з використанням коефіцієнта зменшення основного допустимого напруження.

**Основні теоретичні відомості:** [1, с. 492–505].

**Додаткові джерела:** [4, с. 560–576]; [5, с. 149–160]; [7, с. 319–332, 335–337]; [13, с. 60–75, 77–80]; [14, с. 64–79, 82–85]; [16, с. 483–491].

**Методи і приклади розв'язання задач:** [1, с. 504–506]; [4, с. 575–577]; [5, с. 160–165]; [6, с. 211–217]; [7, с. 332–335]; [9, с. 191–205]; [12, с. 34–40]; [13, с. 75–76, 80–81]; [14, с. 80–81, 86–87]; [16, с. 492–496, 501–503].

Примітка: \*Питання для самостійного вивчення.

## 2 ПЛАН-ГРАФІК НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ

Календарний і тематичний плани проведення лекцій і практичних занять наведені в таблиці 1.

*Таблиця 1 – Плани аудиторних занять*

Тиждень	Теми лекцій	Зміст практичних занять
Семестр 2а		
1	1 Вступ. Метод перерізів	Вступ. Вхідний контроль (ВК)
2	2 Розтягання-стискання (п. 2.1, 2.2)	Приклади виконання РГР 1.1 [9]
3	3 Геометрія плоских перерізів (п. 3.1, 3.2)	Приклади виконання РГР 1.1 [9]
4	3 Геометрія плоских перерізів (п. 3.3, 3.4)	Приклади виконання РГР 3.1 [9]
5	4 Епюри при плоскому згині (п. 4.1, 4.2, 4.3)	Контрольна робота 1 (КР1)
6	5 Теорія напруженого стану. Теорії міцності (п. 5.1, 5.2)	Приклади виконання РГР 2.1 [9]
7	5 Теорія напруженого стану. Теорії міцності (п. 5.4)	Приклади виконання РГР 2.3 [9]
8	5 Теорія напруженого стану. Теорії міцності (п. 5.5, 5.6)	Контрольна робота 2 (КР2)
9	Підсумки першої половини теоретичної частини курсу. Опитування з теорії 1 (ОТ1) *	Підсумки першої половини практичної частини курсу. Захист виконаних робіт
Семестр 2б		
1	6 Напруження при плоскому згині (п. 6.1, 6.2)	Визначення напружень в стрижнях при плоскому згині
2	6 Напруження при плоскому згині (п. 6.3)	Визначення напружень в стрижнях при плоскому згині
3	7 Переміщення в пружних системах (п. 7.1, 7.2, 7.3)	Визначення переміщень в стрижнях при плоскому згині
4	7 Переміщення в пружних системах (п. 7.4)	Приклади виконання РГР 4.6 [20]
5	8 Зсув. Кручення (п. 8.1) Приклади розрахунків на зріз і зминання	Контрольна робота 3 (КР3)
6	8 Зсув. Кручення (п. 8.2, 8.3)	Приклади виконання РГР 4.7 [20]
7	9 Стійкість стиснутих стрижнів (п. 9.1)	Контрольна робота 4 (КР4)
8	9 Стійкість стиснутих стрижнів (п. 9.2, 9.3)	Приклади розрахунків на стійкість
9	Підсумки другої половини теоретичної частини курсу. Опитування з теорії 2 (ОТ2) *	Підсумки другої половини практичної частини курсу. Захист виконаних робіт

Примітка: \* Опитування з теорії 1 і 2 проводяться за тестовою схемою в системі Moodle ДДМА у вільний від аудиторних занять час.

### 3 КОНТРОЛЬНІ ТОЧКИ КУРСУ

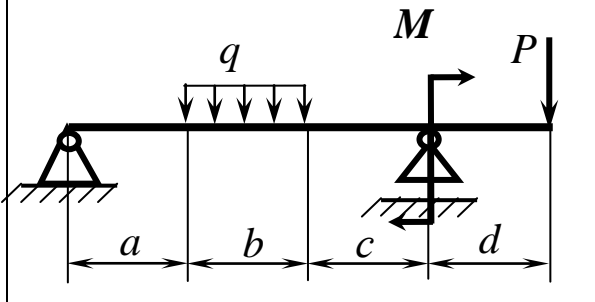
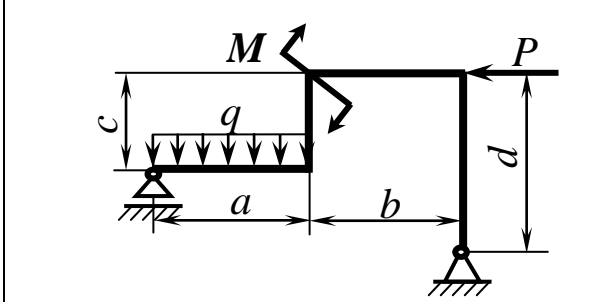
Перелік і характеристики контрольних точок містяться в таблиці 2.

*Таблиця 2 – Перелік і характеристики контрольних точок (КТ)*

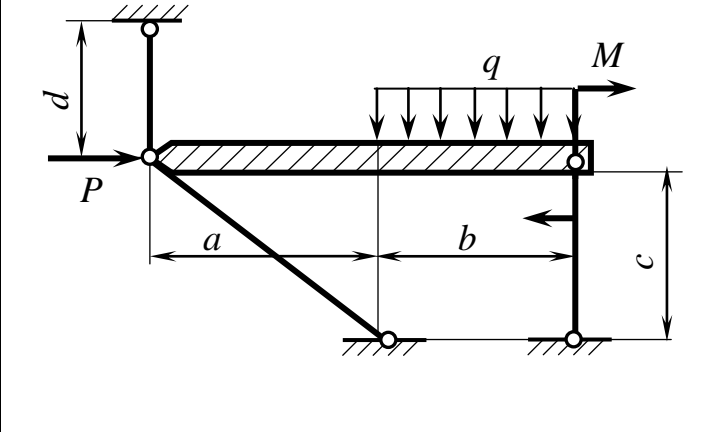
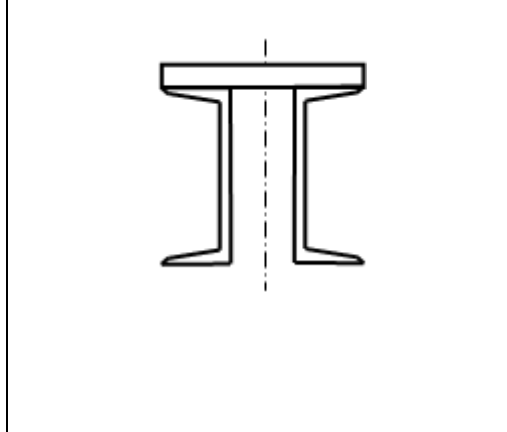
Перелік КТ	Стислий зміст	Терміни контролю		Оцінка, балів	
		се- местр	тиж- день	min	max
<b>Перша половина курсу</b>					
ВК	Визначення реакцій двохопорних балки і рами	2а	1	3	5
РГР 1.1	Розрахунок статично визначуваної стрижневої системи, що працює на розтягання – стискання [9]	2а	4	2	4
РГР 3.1	Визначення головних моментів інерції складного перерізу стрижня з однією віссю симетрії із стандартних профілів прокату [9]	2а	5	2	4
КР1	Розв'язання двох задач: перша – на визначення діаметра і абсолютного подовження (скорочення) будь – якого із стрижнів статично визначуваної сталеві конструкції, що працює на розтягання-стискання, друга – на визначення головних моментів інерції складного перерізу стрижня з однією віссю симетрії із стандартних профілів прокату	2а	5	4	7
РГР 2.1	Побудова епюр внутрішніх зусиль консольної балки [9]	2а	7	2	4
РГР 2.3	Побудова епюр внутрішніх зусиль консольної рами [9]	2а	8	4	6
КР2	Розв'язання двох задач – на побудову епюр внутрішніх зусиль консольних балки і рами	2а	8	4	10
ОТ1	Відповіді на 10 тестових запитань з тем 1...5	2а	9	6	10
<b>Усього</b>				<b>27</b>	<b>50</b>
<b>Друга половина курсу</b>					
РГР 4.6	Розрахунок на міцність і жорсткість сталеві двохопорної статично визначуваної балки [20]	2б	5	4	7
КР3	Розв'язання задачі на побудову епюр внутрішніх силових факторів сталеві двохопорної статично визначуваної балки, підбір її перерізу (двотавра) та визначення лінійного (або кутового) переміщення в заданому місці цієї балки	2б	5	6	10
РГР 4.7	Розрахунок на міцність і жорсткість сталеві двохопорної статично визначуваної плоскої рами [20]	2б	7	5	9
КР4	Розв'язання задачі на побудову епюр внутрішніх силових факторів сталеві двохопорної статично визначуваної плоскої рами, підбір її перерізу (двотавра) та визначення кутового переміщення в заданому місці цієї рами	2б	7	7	14
ОТ2	Відповіді на 10 тестових запитань з тем 6..9	2б	9	6	10
<b>Усього</b>				<b>28</b>	<b>50</b>
<b>Разом</b>				<b>55</b>	<b>100</b>

## 4 ЗРАЗКИ МАТЕРІАЛІВ ДЛЯ КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ

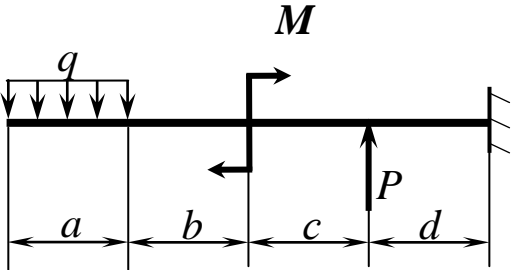
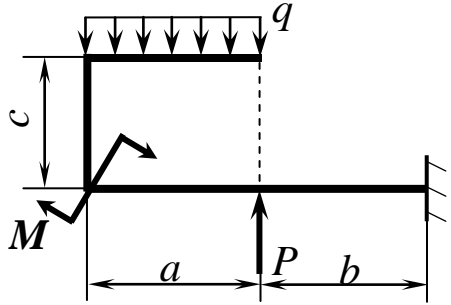
### 4.1 Зразки завдань вхідного контролю

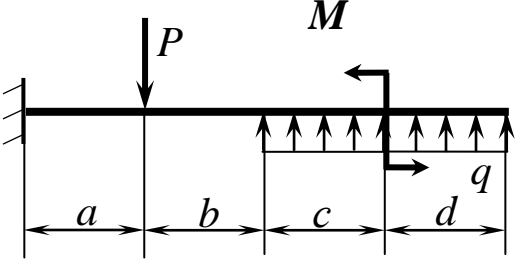
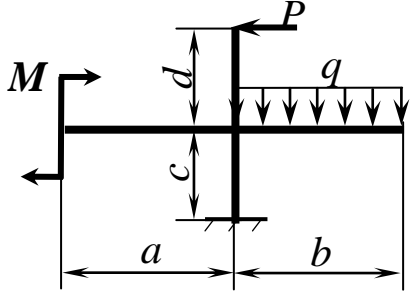
ОПР МАТЕРІАЛІВ (прискорений курс) Вхідний контроль (ВК) Варіант	
<p><b>Задача 1.</b> Визначити опорні реакції балки (2 бали)</p> 	<p><b>Задача 2.</b> Визначити опорні реакції рами (3 бали)</p> 

### 4.2 Зразки завдань контрольної роботи 1

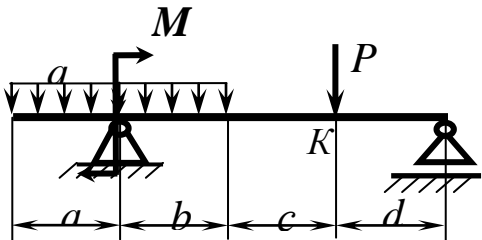
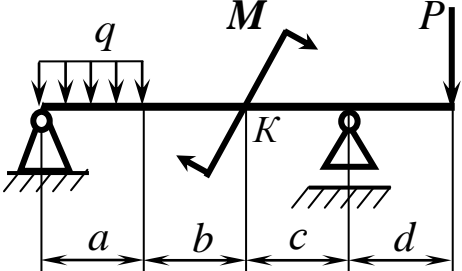
ОПР МАТЕРІАЛІВ (прискорений курс) Контрольна робота 1 (КР1) Варіант	
<p><b>Задача 1.</b> Визначити діаметр і абсолютне подовження (скорочення) будь-якого із стрижнів сталевій конструкції, якщо <math>[\sigma]=160</math> МПа (3 бали)</p> 	<p><b>Задача 2.</b> Визначити головні моменти інерції складного перерізу стрижня із стандартних профілів прокату (4 бали)</p> 

### 4.3 Зразки завдань контрольної роботи 2

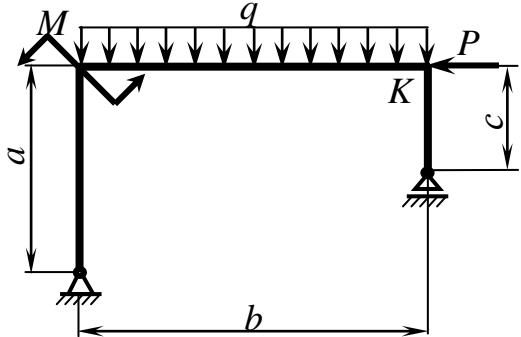
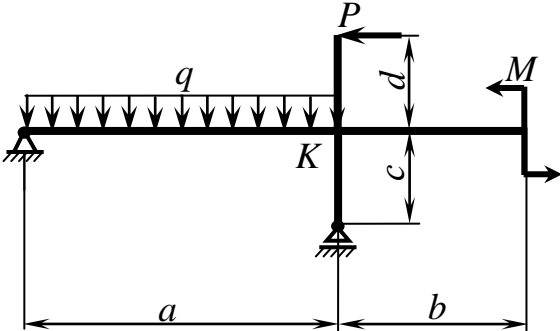
<b>ОПР МАТЕРІАЛІВ</b> (прискорений курс) <b>Контрольна робота 2 (КР2)</b> <b>Варіант</b>	
<p><b>Задача 1.</b> Побудувати епюри внутрішніх зусиль балки (4 бали)</p> 	<p><b>Задача 2.</b> Побудувати епюри внутрішніх зусиль рами (6 балів)</p> 

<b>ОПР МАТЕРІАЛІВ</b> (прискорений курс) <b>Контрольна робота 2 (КР2)</b> <b>Варіант</b>	
<p><b>Задача 1.</b> Побудувати епюри внутрішніх зусиль балки (4 бали)</p> 	<p><b>Задача 2.</b> Побудувати епюри внутрішніх зусиль рами (6 балів)</p> 

#### 4.4 Зразки завдань контрольної роботи 3

<p align="center"><b>ОПР МАТЕРІАЛІВ</b> (прискорений курс) <b>Контрольна робота 3 (КР3)</b> <b>Варіант</b></p>	<p align="center"><b>ОПР МАТЕРІАЛІВ</b> (прискорений курс) <b>Контрольна робота 3 (КР3)</b> <b>Варіант</b></p>
<p>Для сталеві балки побудувати епюри внутрішніх зусиль і підібрати її переріз (двотавр), якщо <math>[\sigma] = 160</math> МПа. Визначити переміщення точки <math>K</math> (10 балів)</p> 	<p>Для сталеві балки побудувати епюри внутрішніх зусиль і підібрати її переріз (двотавр), якщо <math>[\sigma] = 160</math> МПа. Визначити кут повороту перерізу <math>K</math> (10 балів)</p> 

#### 4.5 Зразки завдань контрольної роботи 4

<p align="center"><b>ОПР МАТЕРІАЛІВ</b> (прискорений курс) <b>Контрольна робота 4 (КР4)</b> <b>Варіант</b></p>	<p align="center"><b>ОПР МАТЕРІАЛІВ</b> (прискорений курс) <b>Контрольна робота 4 (КР4)</b> <b>Варіант</b></p>
<p>Для сталеві рами побудувати епюри внутрішніх зусиль і підібрати її переріз (двотавр), якщо <math>[\sigma] = 160</math> МПа. Визначити кут повороту перерізу <math>K</math> (14 балів)</p> 	<p>Для сталеві рами побудувати епюри внутрішніх зусиль і підібрати її переріз (двотавр), якщо <math>[\sigma] = 160</math> МПа. Визначити кут повороту перерізу <math>K</math> (14 балів)</p> 

## 4.6 Зразки екзаменаційних білетів

Донбаська державна машинобудівна академія  
Напрями: ПМ, Маш  
Навчальна дисципліна:  
(прискорений курс, перший рівень)

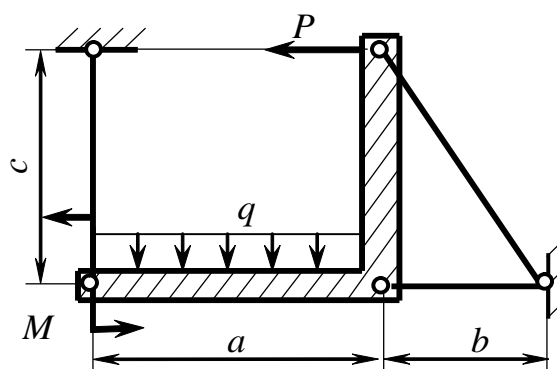
Семестр 2  
Опір матеріалів

### ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ №

1 Відповіді на 20 тестових запитань з теорії (20 балів)

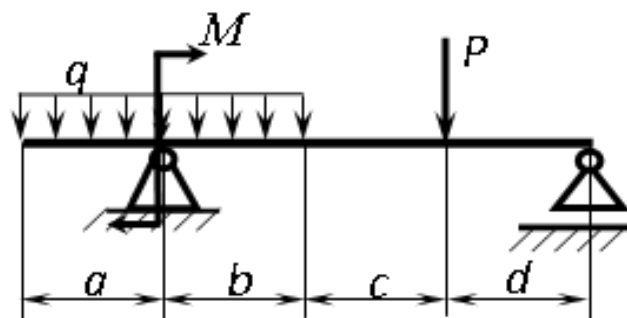
#### 2 Задача 1 (15 балів)

Визначити діаметр і абсолютне подовження (скорочення) будь – якого із стрижнів сталеві конструкції, якщо  $[\sigma]=160$  МПа



#### 3 Задача 2 (35 балів)

Для заданої балки побудувати епюри внутрішніх зусиль і підібрати її переріз (двотавр), якщо  $[\sigma] = 160$  МПа



Затверджено на засіданні кафедри технічної механіки, протокол № від

В.о. зав. кафедри

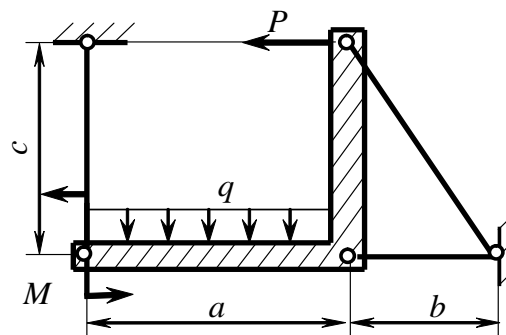
Холодняк Ю.С.

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ №

1 Відповіді на 20 тестових запитань з теорії (20 балів)

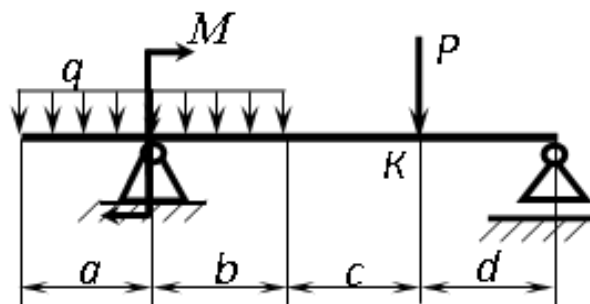
2 Задача 1 (30 балів)

Визначити діаметр і абсолютне подовження (скорочення) найбільше навантаженого стрижня сталеві конструкції, якщо  $[\sigma]=160$  МПа



3 Задача 2 (50 балів)

Для заданої сталеві балки побудувати епюри внутрішніх зусиль і підібрати її переріз (двотавр), якщо  $[\sigma] = 160$  МПа. Визначити переміщення точки K (або кут повороту перерізу K)



Затверджено на засіданні кафедри технічної механіки, протокол № від

В.о. зав. кафедри

Холодник Ю.С.



## 5 ОРІЄНТОВНИЙ ПЕРЕЛІК ЗАПИТАНЬ ДО ТЕСТОВИХ ОПИТУВАНЬ З ТЕОРІЇ

### 5.1 Опитування 1 (теми 1...5)

1 Дайте визначення предмету «Опір матеріалів». На яких припущеннях він базується?

2 Яким методом визначаються внутрішні силові фактори в навантажених тілах? Назвіть його сутність.

3 Скільки внутрішніх силових факторів виникає в поперечних перерізах стрижня при його довільному навантаженні? Назвіть їх.

4 Дайте визначення напружень. У яких одиницях вони вимірюються?

5 Які напруження виникають в поперечному перерізі стрижня при його довільному навантаженні? Запишіть і поясніть формулу зв'язку між ними.

6 Наведіть і поясніть формули зв'язку між напруженнями і внутрішніми силовими факторами в поперечному перерізі стрижня.

7 Який вид навантаження стрижня зветься розтяганням – стисканням? Наведіть і поясніть формулу для визначення напружень в стрижні при цьому навантаженні.

8 Що таке волокно стрижня? Як деформуються волокна стрижня при розтяганні – стисканні?

9 Запишіть і поясніть закон Гука при розтяганні – стисканні. Назвіть значення модуля пружності першого роду для сталі.

10 За якою формулою підраховується абсолютне подовження або укорочення стрижня при розтяганні – стисканні? Поясніть її.

11 Що таке коефіцієнт Пуассона? Вкажіть границі його змінювання та значення для сталі.

12 Дайте визначення пластичності та крихкості. Наведіть приклади пластичних і крихких матеріалів.

13 Запишіть і поясніть умови міцності при розтяганні – стисканні.

14 Які напруження вважаються небезпечними для пластичних і крихких матеріалів?

15 Наведіть і поясніть формулу для визначення допустимих напружень для пластичних матеріалів.

16 Наведіть і поясніть формулу для визначення допустимих напружень для крихких матеріалів.

17 Які механічні властивості можна визначити з діаграми розтягання маловуглецевої сталі?

18 Що зветься границею пропорційності матеріалу? Наведіть і поясніть формулу для її обчислення.

19 Що зветься границею пружності матеріалу? Наведіть і поясніть формулу для її обчислення.

20 Що зветься границею текучості матеріалу? За якою формулою вона визначається?

21 Що зветься границею міцності матеріалу? За якою формулою вона визначається?

22 Які показники визначають пластичність сталі? Наведіть і поясніть формули для їх обчислення.

23 Які механічні показники можна визначити з діаграм стискання маловуглецевої сталі й чавуну?

24 Назвіть послідовність дій з розкриття статичної невизначуваності стрижневих систем, що працюють на розтягання– стискання.

25 Що є сутністю статичного боку задачі з розкриття статичної невизначуваності стрижневих систем, що працюють на розтягання– стискання?

26 У чому сутність геометричного боку задачі з розкриття статичної невизначуваності стрижневих систем, що працюють на розтягання– стискання?

27 Назвіть сутність фізичного боку задачі з розкриття статичної невизначуваності стрижневих систем, що працюють на розтягання– стискання?

28 Дайте визначення статичних моментів плоскої фігури.

29 Які осі плоскої фігури зветься центральними? Що таке центр ваги плоскої фігури?

30 Наведіть формули для визначення координат центра ваги плоскої фігури. Поясніть їх.

31 Покажіть на схемах положення центрів ваги круга, прямокутника, трикутника.

32 Якими методами визначається положення центрів ваги складних фігур? Назвіть сутність цих методів.

33 За якими формулами визначаються координати центра ваги складної фігури? Дайте необхідні пояснення.

34 Дайте визначення осьових, полярного та відцентрового моментів інерції плоскої фігури. Наведіть необхідну схему.

35 Який зв'язок існує між осьовими і полярним моментами інерції плоскої фігури?

36 Назвіть одиниці виміру статичних моментів і моментів інерції плоскої фігури. Які з цих моментів можуть бути від'ємними?

37 Які осі зветься головними осями інерції плоскої фігури? Покажіть на схемах їх положення у фігур з однією та двома осями симетрії.

38 Дайте визначення головних центральних осей і головних моментів інерції плоскої фігури.

39 Як підраховуються головні моменти інерції круга та прямокутника? Приведіть необхідні схеми і формули.

40 Запишіть і поясніть формули для перетворення осьових і відцентрового моментів інерції плоскої фігури при паралельному перенесенні осей координат.

- 41 Запишіть і поясніть формули для перетворення осьових моментів інерції плоскої фігури при повороті осей координат.
- 42 Запишіть і поясніть формулу для перетворення відцентрового моменту інерції плоскої фігури при повороті осей координат.
- 43 Як визначити кут, на який треба повернути довільні центральні осі плоскої фігури, щоб вони зробились головними? Наведіть і поясніть відповідну формулу.
- 44 Наведіть і поясніть схемою формули для визначення через кут повороту  $\alpha_0$  головних моментів інерції довільної плоскої фігури.
- 45 Наведіть і поясніть формули для визначення без використання кута повороту  $\alpha_0$  головних моментів інерції довільної плоскої фігури.
- 46 Дайте визначення балки, прогону, консолі, рами, стійки, ригеля.
- 47 Як поведуть себе волокна стрижня при згинанні? Що таке нейтральний шар?
- 48 Скільки і яких внутрішніх силових факторів виникає в балках при плоскому згинанні в загальному випадку навантаження? Назвіть правила знаків для цих факторів.
- 49 Скільки і яких внутрішніх силових факторів виникає в плоских рамах у загальному випадку навантаження? Назвіть правила знаків для них.
- 50 Дайте визначення характерних перерізів балок і рам. Яким методом визначаються внутрішні силові фактори в цих перерізах?
- 51 Запишіть і поясніть диференціальні залежності при плоскому згинанні стрижня.
- 52 Сформулюйте правило визначення поперечних сил у довільному перерізі балки.
- 53 Сформулюйте правило визначення згинального моменту в довільному перерізі балки.
- 54 Сформулюйте правило визначення подовжньої сили в довільному перерізі рами.
- 55 Сформулюйте правило визначення поперечної сили в довільному перерізі рами.
- 56 Сформулюйте правило визначення величини і напрямку згинального моменту в довільному перерізі рами. З якого боку він відкладається на епюрі?
- 57 Якими лініями зображуються епюри поперечних сил і згинальних моментів на ділянках балок і рам з рівномірно розподіленим навантаженням?
- 58 Якими лініями зображуються епюри поперечних сил і згинальних моментів на ділянках балок і рам, де розподілене навантаження відсутнє?
- 59 Назвіть особливість епюри згинальних моментів у місці, де епюра поперечних сил перетинає базу.
- 60 Назвіть компоненти напруженого стану в точці тіла. Які індекси їм надають?
- 61 Сформулюйте закон парності дотичних напружень.

62 Дайте визначення головних напружень, головних площадок і головних напрямів.

63 Які типи напружених станів Вам відомі? Чим вони відрізняються один від одного?

64 Сформулюйте пряму і зворотну задачі теорії напруженого стану.

65 Якими методами розв'язують основні задачі теорії плоского і об'ємного напружених станів?

66 Наведіть і поясніть формулу для визначення максимальних дотичних напружень в точці тіла. Як розташована площадка їх дії?

67 Дайте визначення головних деформацій. Як їх позначають і як вони пов'язані з головними напруженнями?

68 Запишіть і поясніть узагальнений закон Гука.

69 Дайте визначення питомої потенційної енергії пружної деформації. Назвіть її складові.

70 Назвіть призначення теорій міцності. Дайте визначення критерію міцності та еквівалентного напруження.

71 Сформулюйте першу теорію міцності, назвіть область її застосування. Запишіть і поясніть умову міцності за цією теорією.

72 Сформулюйте другу теорію міцності, назвіть область її застосування. Запишіть і поясніть умову міцності за цією теорією.

73 Сформулюйте третю теорію міцності, вкажіть область її застосування. Запишіть і поясніть умову міцності за цією теорією.

74 Сформулюйте четверту теорію міцності, вкажіть область її застосування. Запишіть і поясніть умову міцності за цією теорією.

75 Укажіть область застосування теорії міцності Мора. Наведіть і поясніть умову міцності за цією теорією.

## 5.2 Опитування 2 (теми 6...9)

1 Наведіть і поясніть формулу для визначення нормальних напружень при плоскому згинанні стрижня.

2 Наведіть і поясніть формулу для визначення максимальних нормальних напружень в стрижні при плоскому згинанні.

3 Дайте визначення осьових моментів опору.

4 Наведіть і поясніть формулу для обчислення осьових моментів опору круга і прямокутника.

5 Зобразіть епюру нормальних напружень в поперечному перерізі стрижня при плоскому згинанні, вкажіть на ній місця максимуму цих напружень.

6 Наведіть і поясніть формулу для визначення дотичних напружень при плоскому згинанні стрижня. Назвіть її автора.

7 Зобразіть епюру дотичних напружень при плоскому згинанні балки прямокутного поперечного перерізу, вкажіть на ній місце максимуму цих напружень.

8 Наведіть і поясніть формулу для обчислення максимальних дотичних напружень при плоскому згинанні балки прямокутного поперечного перерізу.

9 Зобразіть епюру дотичних напружень при плоскому згинанні двотаврової балки, вкажіть місце максимуму цих напружень.

10 Наведіть і поясніть формулу для обчислення максимальних дотичних напружень при плоскому згинанні двотаврової балки.

11 Наведіть і поясніть формули для підрахунку еквівалентних напружень при плоскому згинанні стрижня за третьою та четвертою теоріями міцності.

12 Наведіть умови міцності стрижня при плоскому згинанні.

13 Запишіть формули для визначення допустимих дотичних напружень за третьою та четвертою теоріями міцності.

14 Який вид напруженого стану зветься чистим зсувом? Чому?

15 Наведіть і поясніть закон Гука при зсуві.

16 Наведіть і поясніть формулу для визначення абсолютного зсуву.

17 Що визначає модуль пружності другого роду? Назвіть його значення для сталі.

18 Наведіть і поясніть формулу зв'язку модулів пружності першого і другого роду.

19 Наведіть і поясніть умову міцності при зсуві (зрізі).

20 Що зветься крученням? Як зветься стрижні, які працюють на кручення?

21 Переважно яку форму поперечного перерізу мають стрижні, що працюють на кручення? Який її різновид більш доцільний?

22 Сформулюйте, як визначається крутний момент у довільному перерізі вала.

23 Запишіть і поясніть формулу зв'язку крутного моменту з потужністю, що передається валом.

24 Який вид напруженого стану і характер деформації виникають у валах при крученні?

25 Наведіть і поясніть формулу для визначення дотичних напружень у поперечному перерізі вала.

26 Наведіть і поясніть формулу для визначення максимальних дотичних напружень у поперечному перерізі вала.

27 Дайте визначення полярного моменту опору. Як він пов'язаний з осьовими моментами опору?

28 Наведіть і поясніть формули для обчислення полярних моментів опору для валів суцільного та пустотілого перерізів.

29 Зобразіть епюри дотичних напружень у поперечному перерізі суцільних та пустотілих валів, вкажіть на них місця максимуму цих напружень.

30 Наведіть і поясніть формулу для визначення погонного кута закручування вала.

31 Наведіть і поясніть умови міцності й жорсткості вала при крученні.

- 32 Які види пружної рівноваги стиснутого стрижня Вам відомі? Які з них є небезпечними з точки зору подовжнього згину?
- 33 Дайте визначення стійкої рівноваги стиснутого стрижня.
- 34 Дайте визначення нестійкої рівноваги стиснутого стрижня.
- 35 Дайте визначення байдужої рівноваги стиснутого стрижня.
- 36 Дайте визначення критичної сили і критичного напруження для стиснутого стрижня.
- 37 Наведіть і поясніть формулу Ейлера для критичної сили.
- 38 Наведіть і поясніть формулу Ейлера для критичного напруження.
- 39 Наведіть формулу для визначення приведеної довжини стиснутого стрижня. Назвіть фізичну сутність цієї величини.
- 40 Наведіть і поясніть формулу для визначення гнучкості стиснутого стрижня.
- 41 Вкажіть межі застосування формули Ейлера для критичного напруження.
- 42 Запишіть і поясніть формулу Ясинського для критичного напруження в сталевих стрижнях.
- 43 Вкажіть межі застосування формули Ясинського для критичного напруження.
- 44 Що таке коефіцієнт зменшення основного допустимого напруження? Від яких факторів він залежить?
- 45 Наведіть і поясніть умову стійкості стиснутого стрижня при використанні коефіцієнта зменшення основного допустимого напруження.
- 46 Розтлумачте спосіб визначення потенційної енергії пружної деформації стрижня.
- 47 Скільки складових має потенційна енергія пружної деформації стрижня в загальному випадку його навантаження? Назвіть найбільше вагомі з них.
- 48 Як визначається потенційна енергія пружної деформації стрижневої системи? Наведіть відповідну формулу .
- 49 Наведіть і поясніть формулу для підрахунку потенційної енергії пружної деформації стрижня від дії подовжньої сили.
- 50 Наведіть і поясніть формулу для підрахунку потенційної енергії пружної деформації стрижня від дії однієї з поперечних сил.
- 51 Наведіть і поясніть формулу для підрахунку потенційної енергії пружної деформації стрижня від дії одного із згинальних моментів.
- 52 Наведіть і поясніть формулу для підрахунку потенційної енергії пружної деформації стрижня від дії крутного моменту.
- 53 Наведіть і поясніть формулу, яку використовують звичайно для підрахунку потенційної енергії пружної деформації балки при плоскому згинанні.
- 54 Наведіть і поясніть формулу, яку використовують звичайно для підрахунку потенційної енергії пружної деформації плоскої рами.
- 55 Яка теорема встановлює зв'язок потенційної енергії пружної деформації з переміщеннями в системі? Сформулюйте її.

- 56 Що таке узагальнена сила і переміщення точки її прикладання в теоремі Кастільяно?
- 57 Назвіть причину обмеженого застосування теореми Кастільяно в інженерних розрахунках. Який метод усуває цю причину?
- 58 Розтлумачте сутність методу Мора для визначення переміщень у пружних системах.
- 59 Скільки інтегралів Мора можна записати для стрижня в разі його довільного навантаження? Який з них використовують звичайно при визначенні переміщень у балках і плоских рамах?
- 60 Назвіть числові способи обчислення інтегралів Мора.
- 61 Сформулюйте правило Верещагіна для обчислення інтегралів Мора.
- 62 Наведіть і поясніть схемою формулу крайніх ординат.
- 63 Як визначається знак поправки на кривизну в формулі крайніх ординат? Поясніть прикладом.
- 64 Дайте визначення статично визначуваних і статично невизначуваних стрижневих систем. Які переваги мають статично невизначувані системи в порівнянні зі статично визначуваними?
- 65 Як визначається ступінь статичної невизначуваності стрижневої системи? Поясніть на прикладі плоскої рами.
- 66 Що таке розкриття статичної невизначуваності стрижневої системи? Назвіть його основні етапи.
- 67 Що таке основна і еквівалентна системи? Покажіть їх на прикладі один раз статично невизначуваної рами або балки.
- 68 Яке призначення канонічних рівнянь методу сил? Яка їх фізична сутність?
- 69 Запишіть канонічне рівняння методу сил для один раз статично невизначуваної системи. Як визначаються його коефіцієнти?
- 70 Запишіть канонічні рівняння методу сил для двічі статично невизначуваної системи. Вкажіть однакові коефіцієнти в цих рівняннях.
- 71 Яка основна система вважається оптимальною для багатопрогонових нерозрізних балок?
- 72 Як будуються епюри поперечних сил і згинальних моментів у багатопрогонових нерозрізних балках?
- 73 Назвіть сутність деформаційної перевірки розрахунку статично невизначуваної системи. Скільки разів вона виконується?
- 74 Назвіть основні етапи визначення лінійних переміщень у статично невизначуваних балках і рамах.
- 75 Назвіть основні етапи визначення кутових переміщень у статично невизначуваних балках і рамах.

Примітка: \* Тестові запитання екзаменаційних білетів формуються із запитань поточних опитувань з теорії – ОТ1 і ОТ2 (див. вище).

## 6 КОНТРОЛЬ І ОЦІНЮВАННЯ НАБУТИХ ЗНАТЬ

Повний перехід на дистанційну форму навчання відбувається в умовах введення карантину або інших масових обмежень. В цьому разі навчальний процес проводиться за тим же планом, що і при звичайному навчанні в стінах академії (див. розділи 2 і 3), але зі складанням усіх контрольних точок курсу в системі *Moodle DDMA*.

Оцінки в балах за всі тестові опитування з теорії (як при поточному контролі, так і на екзамені) визначаються автоматично самою системою. Критерії оцінки практичних завдань контрольних точок і екзаменаційних білетів наведені в таблиці 3.

Таблиця 3 – Критерії оцінювання практичних завдань

Максимальна кількість балів за завдання, %	Недоліки в розв'язанні	Кількість балів, що знімається, %
100	1. Відсутність розв'язання	100
	2. Недосконале або неповне зображення розрахункової схеми (відсутність розмірів, сил, осей координат тощо)	До 20
	3. Непослідовний або нелогічний хід розрахунку	До 20
	4. Відсутність пояснень до формул	До 15
	5. Відсутність числових результатів або їх розмірностей	До 20
	6. Відсутність перевірки, арифметичні помилки	До 20
	7. Незадовільний вигляд роботи	До 5

Кожна контрольна точка вважається складеною, якщо вона отримала необхідну кількість балів (див. розділ 3). При здачі в строк її оцінка може сягати встановленого максимуму. В разі ж невчасної або повторної здачі вона не може бути більшою за мінімально встановлену.

За діючим в академії положенням до підсумкового контролю – екзамену допускаються лише ті студенти, які склали всі заплановані контрольні точки (в цьому разі сума набраних ними балів  $\geq 55$ ).

Слід зауважити, що на екзамені використовуються білети двох рівнів (див. пункт 4.6). Білети першого рівня містять завдання, які віднесені до ядра курсу і розраховані на оцінку до 70 балів. Білети другого рівня мають більш складні завдання і розраховані на оцінку до 100 балів. Вибір рівня екзаменаційного білета є прерогативою студента.



Екзамен вважається складеним, якщо студент отримав за завдання екзаменаційного білета мінімум 55 балів.

Підсумкова оцінка курсу в балах визначається як половина суми набраних балів за складені контрольні точки і зданий екзамен. Вона переводиться в підсумкові оцінки курсу за національною і міжнародною шкалами (табл. 4).

Таблиця 4 – Підсумкові оцінки курсу

Оцінки		
у балах	за шкалою <i>ECTS</i>	за національною шкалою
90–100	<i>A</i>	Відмінно
81–89	<i>B</i>	Добре
75–80	<i>C</i>	Добре
65–74	<i>D</i>	Задовільно
55–64	<i>E</i>	Задовільно
30–54	<i>FX</i>	Незадовільно
0–29	<i>F</i>	Незадовільно

При поверненні до звичайної форми навчання (в стінах академії) залишаються діючими такі елементи дистанційного навчання як поточні і екзаменаційні тестові опитування з теорії та повторні або невчасні складання контрольних точок в системі *Moodle* ДДМА.

## 7 ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

### 7.1 Задача 1 вхідного контролю

**Умова задачі:** визначити опорні реакції балки (рис. 1). Прийняти:  
 $q = 10 \text{ кН/м}$ ;  $P = 18 \text{ кН}$ ;  $M = 16 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ;  $a = 2 \text{ м}$ ;  $b = 3 \text{ м}$ ;  $c = 1 \text{ м}$ ;  $d = 2 \text{ м}$ .

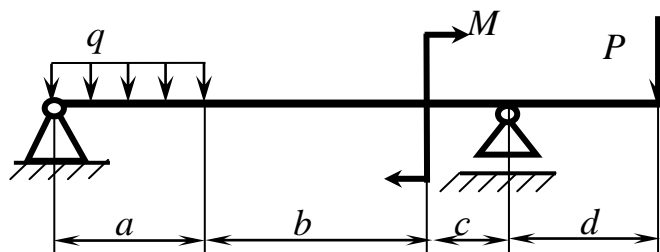


Рисунок 1 – Схема балки до задачі 7.1

### Розв'язання

1 Зображуємо розрахункову схему балки (рис. 2).

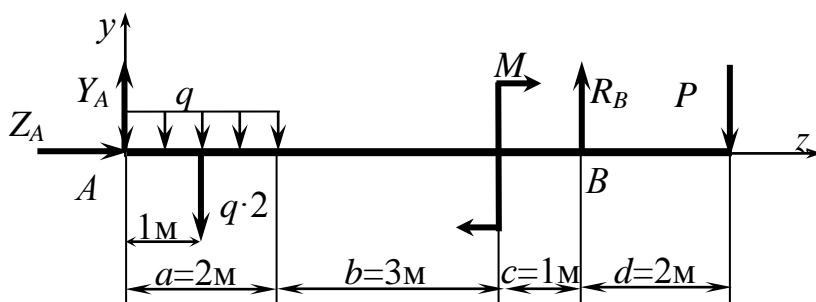


Рисунок 2 – Розрахункова схема балки до задачі 7.1

2 Записуємо рівняння рівноваги балки:

$$\sum m_A = -q \cdot 2 \cdot 1 - M + R_B \cdot 6 - P \cdot 8 = 0; \quad (1)$$

$$\sum m_B = -Y_A \cdot 6 + q \cdot 2 \cdot 5 - M - P \cdot 2 = 0; \quad (2)$$

$$\sum P_z = Z_A = 0. \quad (3)$$

3 Визначаємо опорні реакції балки.

Із рівняння (1):

$$R_B = \frac{1}{6} \cdot (q \cdot 2 \cdot 1 + M + P \cdot 8) = \frac{1}{6} \cdot (20 + 16 + 144) = 30 \text{ кН.}$$

Із рівняння (2):

$$Y_A = \frac{1}{6} \cdot (q \cdot 2 \cdot 5 - M - P \cdot 2) = \frac{1}{6} \cdot (100 - 16 - 36) = 8 \text{ кН.}$$

Із рівняння (3):  $Z_A = 0.$

Виконуємо перевірку:

$$\sum P_y = Y_A - q \cdot 2 + R_B - P = 8 - 20 + 30 - 18 = 0.$$

Реакції визначені вірно.

## 7.2 Задача 2 вхідного контролю

**Умова задачі:** визначити опорні реакції рами (рис. 3). Прийняти:  $q = 10 \text{ кН/м}$ ;  $P = 18 \text{ кН}$ ;  $M = 16 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ;  $a = 2 \text{ м}$ ;  $b = 3 \text{ м}$ ;  $c = 1 \text{ м}$ .

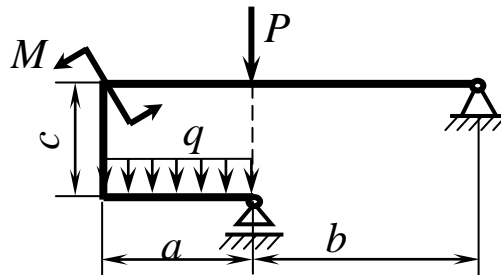


Рисунок 3 – Схема рами до задачі 7.2

### Розв'язання

1 Зображуємо розрахункову схему рами (рис. 4).

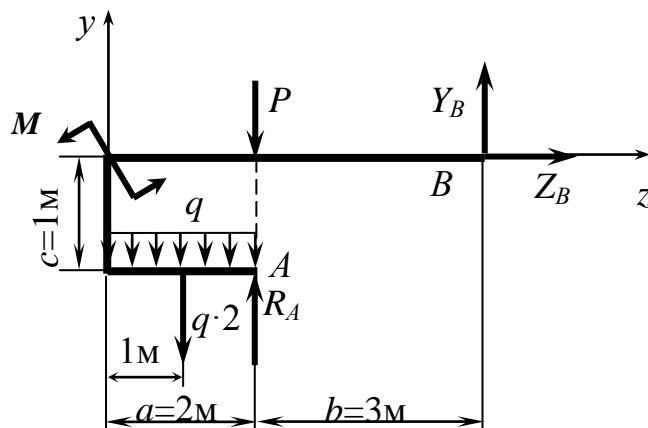


Рисунок 4 – Розрахункова схема рами до задачі 7.2

2 Записуємо рівняння рівноваги рами:

$$\sum m_B = P \cdot 3 + q \cdot 2 \cdot 4 + M - R_A \cdot 3 = 0; \quad (4)$$

$$\sum P_y = -q \cdot 2 - P + R_A + Y_B = 0; \quad (5)$$

$$\sum P_z = Z_B = 0. \quad (6)$$

3 Визначаємо опорні реакції рами.

Із рівняння (4):

$$R_A = \frac{1}{3} \cdot (P \cdot 3 + q \cdot 2 \cdot 4 + M) = \frac{1}{3} \cdot (54 + 80 + 16) = 50 \text{ кН.}$$

Із рівняння (5):

$$Y_B = q \cdot 2 + P - R_A = 20 + 18 - 50 = -12 \text{ кН.}$$

Із рівняння (6):  $Z_B = 0.$

4 Виконуємо перевірку:

$$\sum m_A = q \cdot 2 \cdot 1 + M + Y_B \cdot 3 - Z_B \cdot 1 = 20 + 16 - 36 - 0 = 0.$$

Реакції знайдені правильно.

### 7.3 Задача 1 контрольної роботи 1 і задача 1 екзаменаційних білетів першого рівня

**Умова задачі:** визначити діаметр і абсолютне подовження (скорочення) будь-якого із стрижнів сталеві конструкції (рис. 5), якщо  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ . Прийняти:  $a = 2 \text{ м}$ ,  $b = 3 \text{ м}$ ,  $c = 1 \text{ м}$ ,  $d = 3 \text{ м}$ ,  $P = 120 \text{ кН}$ ,  $M = 170 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ,  $q = 100 \text{ кН/м}$ .

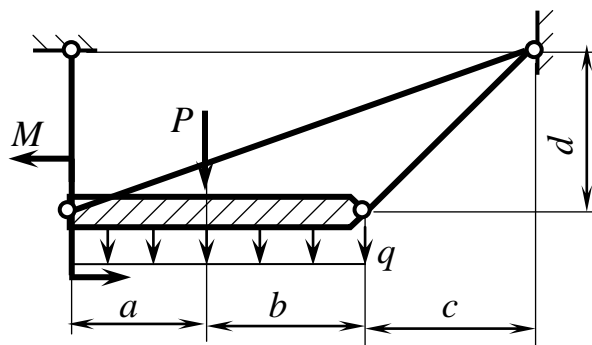


Рисунок 5 – Схема конструкції до задачі 7.3

## Розв'язання

1 Позначаємо номери стрижнів і осі координат. Стрижні відкидаємо, а їхню дію на тіло, яке є заштрихованим, замінюємо реакціями  $N_1$ ,  $N_2$  і  $N_3$ , котрі дорівнюють подовжнім силам і спрямовані уздовж відповідних стрижнів від тіла (в такому разі додатні значення реакцій відповідають випадку розтягнення, від'ємні – випадку стискання). Позначаємо також точки, в яких перетинаються лінії дії означених реакцій –  $A$  і  $B$  (рис. 6).

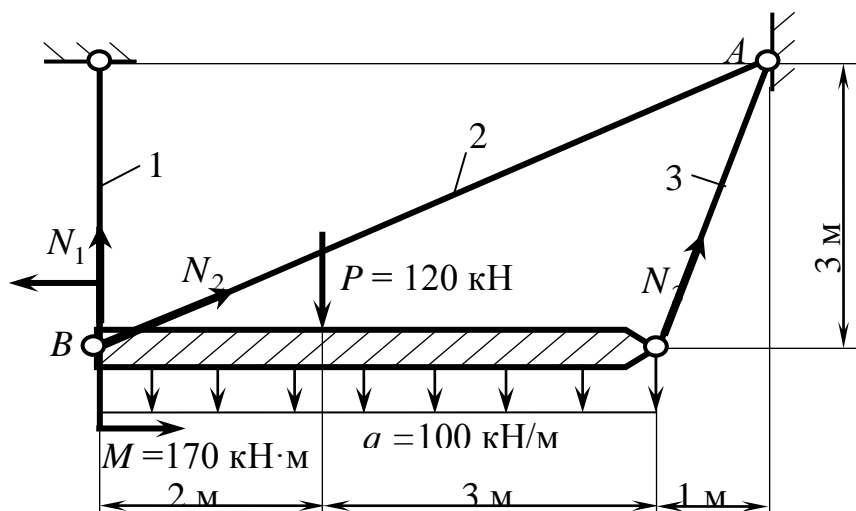


Рисунок 6 – Розрахункова схема конструкції до задачі 7.3

2 Із розрахункової схеми конструкції (див. рис. 6) бачимо, що простіше за все визначити реакцію  $N_1$  із одного лише рівняння рівноваги – рівняння моментів відносно точки  $A$ , в якому не буде реакцій  $N_2$  і  $N_3$ , бо їх лінії дії проходять через цю точку.

Аналогічно можна визначити  $N_3$ , склавши рівняння моментів відносно точки  $B$ , через яку проходять лінії дії  $N_1$  і  $N_2$ , але для цього треба попередньо розкласти  $N_3$  на складові уздовж осей координат –  $y$  і  $z$ , що є менш зручним. Існує також точка, через яку проходять лінії дії  $N_1$  і  $N_3$  (вона лежить поза межами рис. 6), використання якої для визначення  $N_2$  є ще більш незручним.

Таким чином:

$$\sum m_A = -N_1 \cdot 6 + M + P \cdot 4 + q \cdot 5 \cdot 3,5 = 0. \quad (7)$$

Із рівняння (7):

$$N_1 = \frac{1}{6} \cdot (M + P \cdot 4 + q \cdot 5 \cdot 3,5) = \frac{1}{6} \cdot (170 + 480 + 1750) = \frac{2400}{6} = 400 \text{ кН.}$$

Стрижень 1 подовжується, бо значення  $N_1$  є додатним.

3 Визначаємо діаметр стрижня 1:

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4 \cdot N_1}{\pi \cdot [\sigma]}}, \quad (8)$$

де  $[\sigma] = 160$  МПа – допустиме напруження для матеріалу стрижня (див. умову задачі).

За формулою (8) маємо:

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4 \cdot 400 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 160}} = 56,4 \text{ мм.}$$

Із сортаменту (додаток А) приймаємо:  $d_1 = 63$  мм.

4 Визначаємо абсолютне подовження стрижня 1:

$$\Delta \ell_1 = \frac{N_1 \cdot \ell_1}{E \cdot F_1} = \frac{4 \cdot N_1 \cdot \ell_1}{E \cdot \pi \cdot d_1^2}, \quad (9)$$

де  $\ell_1 = d = 3$  м – довжина стрижня 1 (див. рис.5);

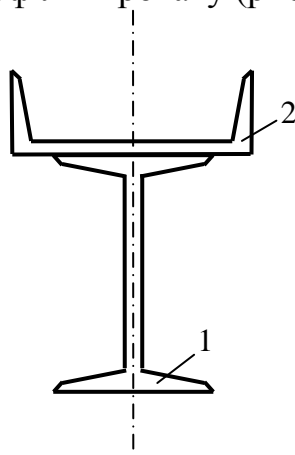
$E = 2 \cdot 10^5$  МПа – модуль пружності сталі при розтяганні – стисканні.

За формулою (9) остаточно отримуємо:

$$\Delta \ell_1 = \frac{4 \cdot 400 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 3,14 \cdot 63^2} = 1,9 \text{ мм.}$$

#### 7.4 Задача 2 контрольної роботи 1 (варіант 1)

**Умова задачі:** визначити головні моменти інерції складного перерізу стрижня із стандартних профілів прокату (рис. 7).



1 – двотавр 20; 2 – швелер 18

Рисунок 7 – Схема складного перерізу до задачі 7.4

## Розв'язання

1 Позначаємо на схемі перерізу вихідні осі координат –  $x$  і  $y$ , також центри ваги двотавра і швелера – точки  $C_1$  та  $C_2$  (рис. 8).

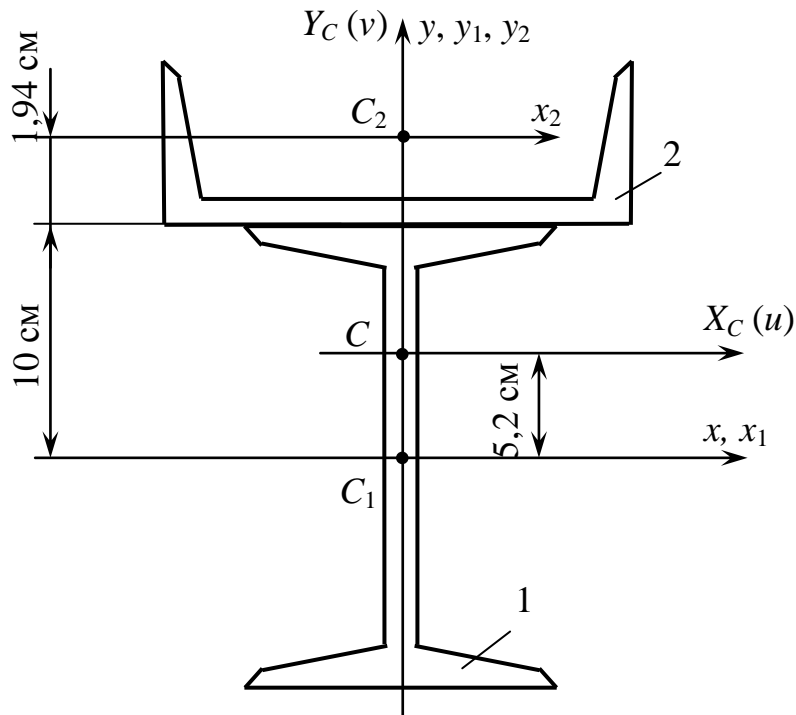


Рисунок 8 – Розрахункова схема перерізу до задачі 7.4

2 Визначаємо координати центру ваги всього перерізу – точки  $C$ , беручи необхідні дані з відповідних таблиць сортаменту (див. додаток А).

Оскільки переріз є симетричним відносно осі  $y$  (див. рис. 8), маємо:  $x_C = 0$ .

Значення  $y_C$  визначимо за формулою

$$y_C = \frac{y_1 \cdot F_1 + y_2 \cdot F_2}{F_1 + F_2}, \quad (10)$$

де  $y_1 = 0$  – ордината точки  $C_1$ ;

$y_2 = 10 + 1,94 = 11,94$  см – ордината точки  $C_2$ ;

$F_1 = 26,8$  см<sup>2</sup> – площа двотавра;

$F_2 = 20,7$  см<sup>2</sup> – площа швелера.

Із формули (10) отримуємо:

$$y_C = \frac{0 \cdot 26,8 + 11,94 \cdot 20,7}{26,8 + 20,7} = 5,2 \text{ см.}$$

3 Позначаємо точку  $C$  на розрахунковій схемі перерізу (див. рис. 8) і проводимо через неї осі  $X_C$  і  $Y_C$ , які є головними центральними осями перерізу –  $u$  і  $v$ , бо переріз має симетрію відносно осі  $Y_C$ .

4 Визначаємо головні моменти інерції перерізу, тобто його моменти інерції відносно головних центральних осей:

$$J_u = J_{X_C} = J_{x_1} + F_1 \cdot y_C^2 + J_{x_2} + F_2 \cdot (y_2 - y_C)^2, \quad (11)$$

$$J_v = J_{Y_C} = J_{y_1} + J_{y_2}, \quad (12)$$

де  $x_1, y_1, x_2, y_2$  – власні центральні осі частин перерізу;

$J_{x_1}, J_{y_1}, J_{x_2}, J_{y_2}$  – моменти інерції частин перерізу відносно своїх центральних осей, які беруться з відповідних таблиць сортаменту (див. додаток А):  $J_{x_1} = 1840 \text{ см}^4$ ;  $J_{y_1} = 115 \text{ см}^4$ ;  $J_{x_2} = 86 \text{ см}^4$ ;  $J_{y_2} = 1090 \text{ см}^4$ .

Підраховуємо:

$$J_u = 1840 + 26,8 \cdot 5,2^2 + 86 + 20,7 \cdot (11,94 - 5,2)^2 \approx 3591 \text{ см}^4;$$

$$J_v = 115 + 1090 = 1205 \text{ см}^4.$$

## 7.5 Задача 2 контрольної роботи 1 (варіант 2)

**Умова задачі:** визначити головні моменти інерції складного перерізу стрижня із смуг розмірами  $20 \times 2 \text{ см}$  (рис. 9).

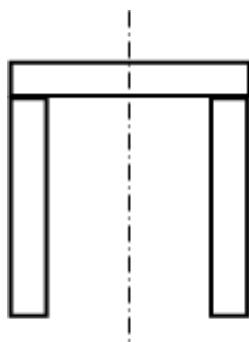


Рисунок 9 – Схема складного перерізу до задачі 7.5

### Розв'язання

1 Позначаємо на схемі перерізу вихідні осі координат –  $x$  і  $y$ , також центри ваги кожної із смуг – точки  $C_1, C_2, C_3$  (рис. 10).



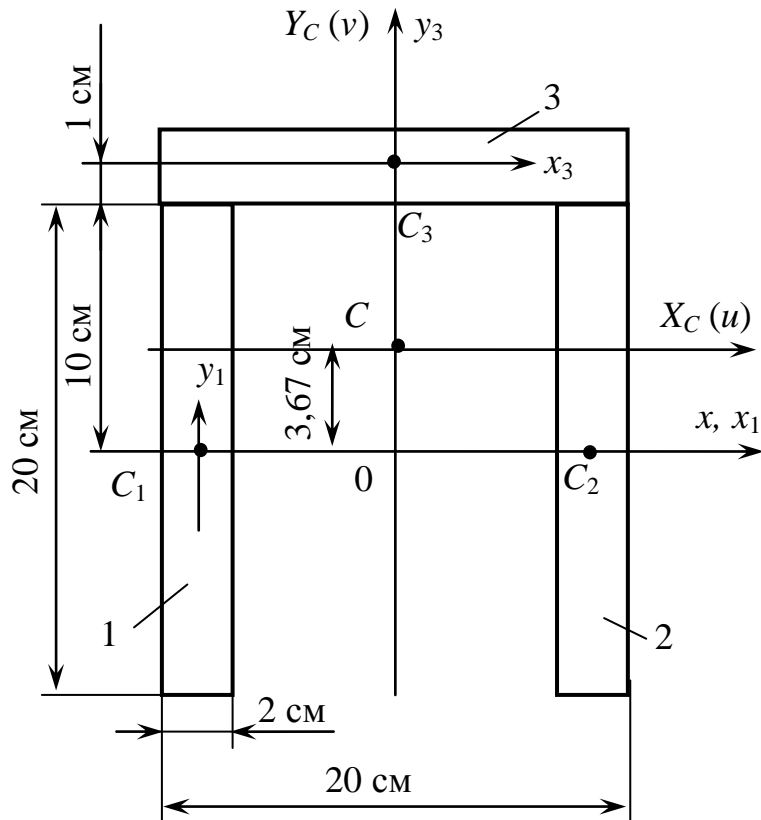


Рисунок 10 – Розрахункова схема перерізу до задачі 7.5

2 Визначаємо координати центру ваги всього перерізу – точки  $C$ .

Оскільки переріз є симетричним відносно осі  $y$  (див. рис. 10), маємо:  $x_C = 0$ .

Значення  $y_C$  визначимо за формулою:

$$y_C = \frac{y_1 \cdot F_1 + y_2 \cdot F_2 + y_3 \cdot F_3}{F_1 + F_2 + F_3}, \quad (13)$$

де  $y_1 = 0$  – ордината точки  $C_1$ ;

$y_2 = 0$  – ордината точки  $C_2$ ;

$y_3 = 10 + 1 = 11$  см – ордината точки  $C_3$ ;

$F_1 = F_2 = F_3 = 20 \times 2 = 40$  см<sup>2</sup> – площа кожної із смуг.

Із формули (13) отримуємо:

$$y_C = \frac{0 \cdot 40 + 0 \cdot 40 + 11 \cdot 40}{40 + 40 + 40} = 3,67 \text{ см.}$$

3 Позначаємо точку  $C$  на розрахунковій схемі перерізу (див. рис. 10) і проводимо через неї осі  $X_C$  і  $Y_C$ , які є головними центральними осями перерізу –  $u$  і  $v$ , бо переріз має симетрію відносно осі  $Y_C$ .

4 Визначаємо головні моменти інерції перерізу, тобто його моменти інерції відносно головних центральних осей:

$$J_u = J_{x_C} = [J_{x_1} + F_1 \cdot (y_C)^2] \cdot 2 + J_{x_3} + F_3 \cdot (y_3 - y_C)^2, \quad (14)$$

$$J_v = J_{y_C} = [J_{y_1} + F_1 \cdot (x_{C_1})^2] \cdot 2 + J_{y_3}, \quad (15)$$

де  $x_1, y_1, x_3, y_3$ , – власні центральні осі смуг 1 і 3;

$x_{C_1} = -9$  см – абсциса точки  $C_1$ ;

$J_{x_1}, J_{y_1}, J_{x_3}, J_{y_3}$  – моменти інерції смуг 1 і 3 відносно своїх центральних осей:

$$J_{x_1} = J_{y_3} = \frac{2 \cdot 20^3}{12} = 1333,33 \text{ см}^4; \quad J_{y_1} = J_{x_3} = \frac{20 \cdot 2^3}{12} = 13,33 \text{ см}^4.$$

Підраховуємо:

$$J_u = [1333,33 + 40 \cdot 3,67^2] \cdot 2 + 13,33 + 40 \cdot (11 - 3,67)^2 \approx 5907 \text{ см}^4;$$

$$J_v = [13,33 + 40 \cdot (-9)^2] \cdot 2 + 1333,33 \approx 7840 \text{ см}^4.$$

## 7.6 Задача 1 контрольної роботи 2 (варіант 1)

**Умова задачі:** побудувати епюри внутрішніх зусиль балки (рис. 11).  
 Прийняти:  $q = 10$  кН / м ;  $P = 16$  кН ;  $M = 12$  кН·м ;  $a = 2$  м ;  
 $b = 1$  м ;  $c = 2$  м ;  $d = 1$  м.

### Розв'язання

1 Зображуємо розрахункову схему балки ( рис. 12,а).

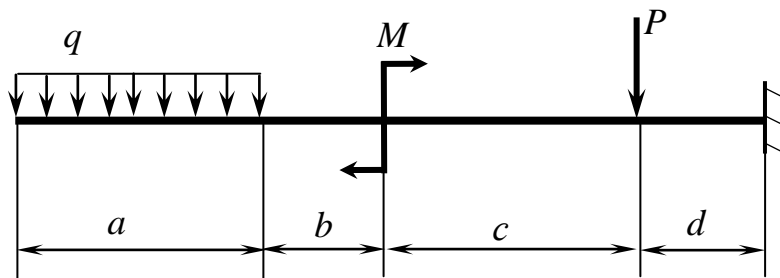


Рисунок 11 – Схема балки до задачі 7.6

2 Будуємо епюру поперечних сил (рис. 12,б):

$$Q_1 = 0; \quad Q_2 = Q_3 = Q_4 = Q_5 = -q \cdot 2 = -20 \text{ кН};$$

$$Q_6 = Q_7 = Q_5 - P = -20 - 16 = -36 \text{ кН}.$$

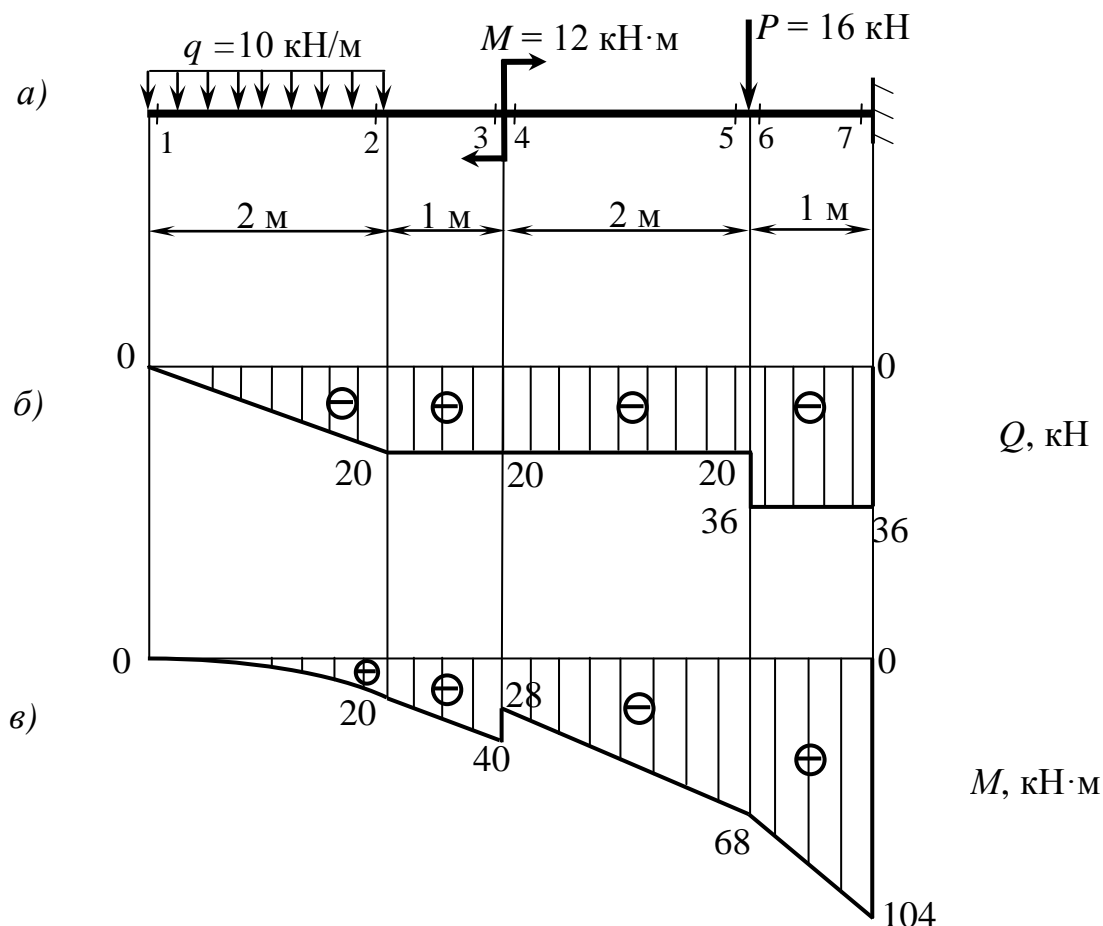
3 Будуємо епюру згинальних моментів (рис. 12,в):

$$M_1 = 0; \quad M_2 = -q \cdot 2 \cdot 1 = -20 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_3 = -q \cdot 2 \cdot 2 = -40 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_4 = M_3 + M = -40 + 12 = -28 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_5 = M_6 = -q \cdot 2 \cdot 4 + M =$$

$$= -80 + 12 = -68 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_7 = -q \cdot 2 \cdot 5 + M - P \cdot 1 =$$

$$= -100 + 12 - 16 = -104 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$



*а – розрахункова схема балки; б – епюра поперечних сил;  
в – епюра згинальних моментів  
Рисунок 12 – Графічні побудови до задачі 7.6*

### 7.7 Задача 1 контрольної роботи 2 (варіант 2)

**Умова задачі:** побудувати епюри внутрішніх зусиль балки (рис. 13).  
 Прийняти:  $q = 10 \text{ кН / м}$  ;  $P = 12 \text{ кН}$  ;  $M = 20 \text{ кН}\cdot\text{м}$  ;  $a = 2 \text{ м}$  ;  
 $b = 1 \text{ м}$  ;  $c = 2 \text{ м}$  ;  $d = 1 \text{ м}$ .

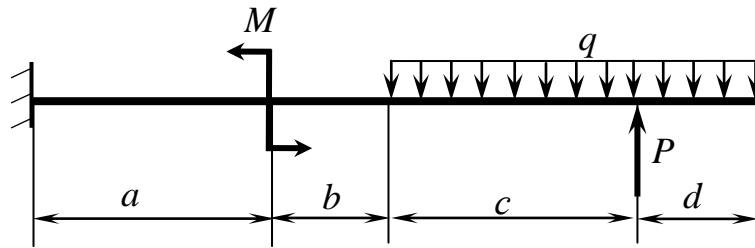
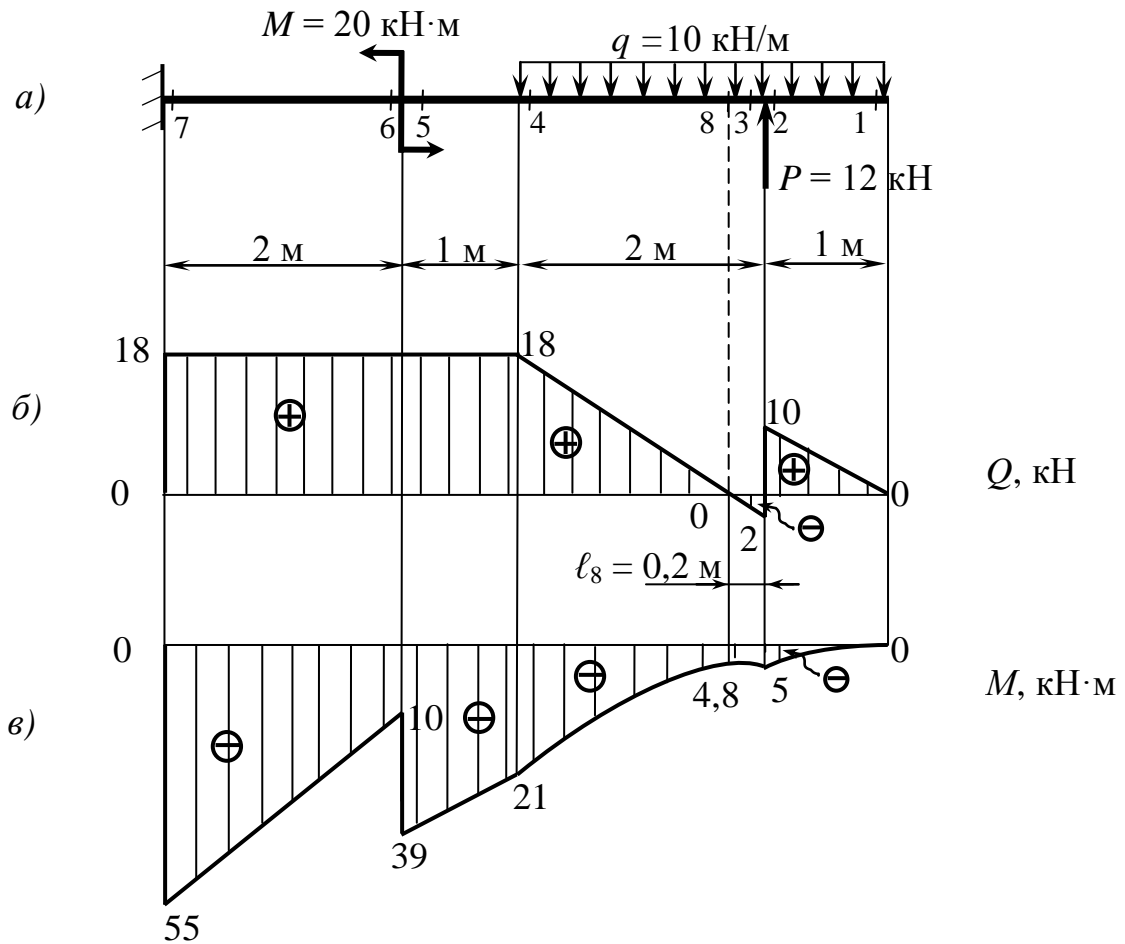


Рисунок 13 – Схема балки до задачі 7.7

**Розв'язання**

1 Зображуємо розрахункову схему балки ( рис.14,а).



а – розрахункова схема балки; б – епюра поперечних сил;  
 в – епюра згинальних моментів

Рисунок 14 – Графічні побудови до задачі 7.7

2 Будуємо епюру поперечних сил (рис. 14,б):

$$Q_1 = 0; \quad Q_2 = q \cdot 1 = 10 \text{ кН}; \quad Q_3 = Q_2 - P = 10 - 12 = -2 \text{ кН};$$

$$Q_4 = Q_5 = Q_6 = Q_7 = Q_3 + q \cdot 2 = -2 + 20 = 18 \text{ кН};$$

$$l_8 = \frac{|Q_3|}{q} = \frac{2}{10} = 0,2 \text{ м.}$$

3 Будуємо епюру згинальних моментів (рис. 14,в):

$$M_1 = 0; \quad M_2 = M_3 = -q \cdot 1 \cdot 0,5 = -5 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_4 = -q \cdot 3 \cdot 1,5 + P \cdot 2 = -45 + 24 = -21 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_5 = -q \cdot 3 \cdot 2,5 + P \cdot 3 = -75 + 36 = -39 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_6 = M_5 + M = -39 + 20 = -19 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_7 = -q \cdot 3 \cdot 4,5 + P \cdot 5 + M = -135 + 60 + 20 = -55 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_8 = -q \cdot 1,2 \cdot 0,6 + P \cdot 0,2 = -7,2 + 2,4 = -4,8 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

## 7.8 Задача 2 контрольної роботи 2 (варіант 1)

**Умова задачі:** побудувати епюри внутрішніх зусиль рами (рис. 15).  
 Прийняти:  $q = 10 \text{ кН / м}$ ;  $P = 12 \text{ кН}$ ;  $M = 8 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ;  $a = 3 \text{ м}$ ;  $b = 3 \text{ м}$ ;  $c = 2 \text{ м}$ ;  $d = 2 \text{ м}$ .

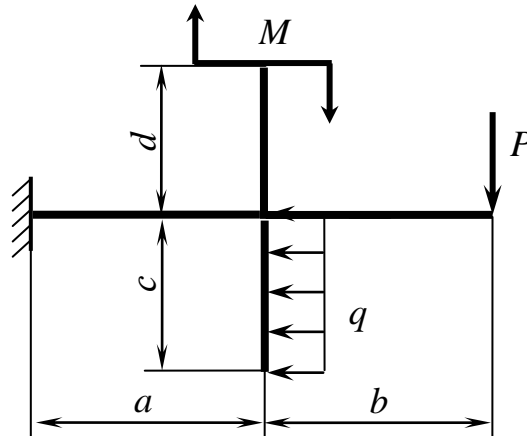


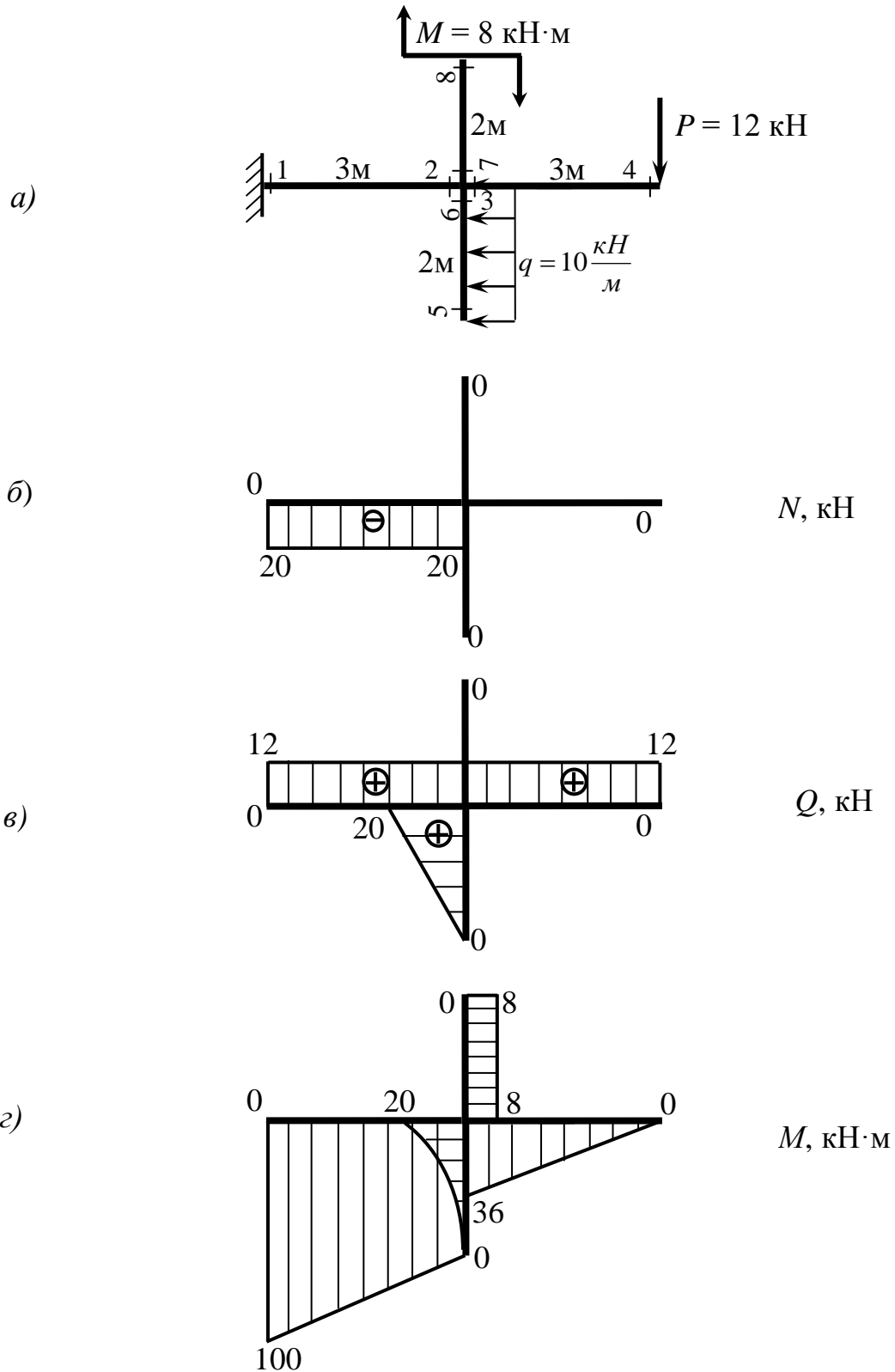
Рисунок 15 – Схема рами до задачі 7.8

### Розв'язання

1 Зображуємо розрахункову схему рами (рис. 16,а).

2 Будуємо епюру подовжніх сил (рис. 16,б):

$$N_1 = N_2 = -q \cdot 2 = -20 \text{ кН}; \quad N_3 = N_4 = N_5 = N_6 = N_7 = N_8 = 0.$$



а – розрахункова схема рами; б – епюра подовжніх сил;  
 в – епюра поперечних сил; г – епюра згинальних моментів  
 Рисунок 16 – Графічні побудови до задачі 7.8

3 Будуємо епюру поперечних сил (рис. 16,в):

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = P = 12 \text{ кН};$$

$$Q_5 = Q_7 = Q_8 = 0; \quad Q_6 = q \cdot 2 = 20 \text{ кН}.$$

4 Будуємо епюру згинальних моментів (рис. 16,г):

$$M_1 = M + P \cdot 6 + q \cdot 2 \cdot 1 = 8 + 72 + 20 = 100 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_2 = M + P \cdot 3 + q \cdot 2 \cdot 1 = 8 + 36 + 20 = 64 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_3 = P \cdot 3 = 36 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_4 = M_5 = 0;$$

$$M_6 = q \cdot 2 \cdot 1 = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_7 = M_8 = M = 8 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

При побудові цієї епюри визначені величини  $M$  відкладаються від бази з боку стиснутих волокон.

### 7.9 Задача 2 контрольної роботи 2 (варіант 2)

**Умова задачі:** побудувати епюри внутрішніх зусиль рами (рис. 17).  
 Прийняти:  $q = 10 \text{ кН / м}$ ;  $P = 12 \text{ кН}$ ;  $M = 8 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ;  $a = 2 \text{ м}$ ;  $b = 3 \text{ м}$ ;  $c = 1 \text{ м}$ ;  $d = 3 \text{ м}$ .

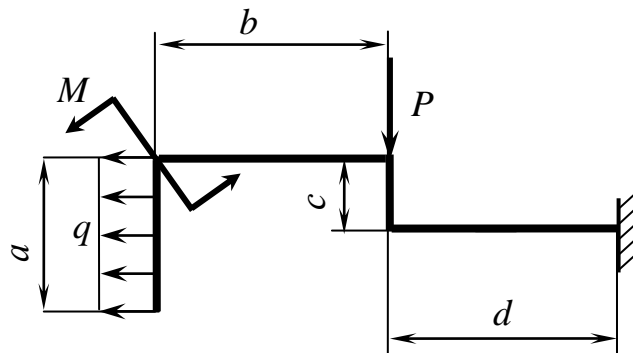


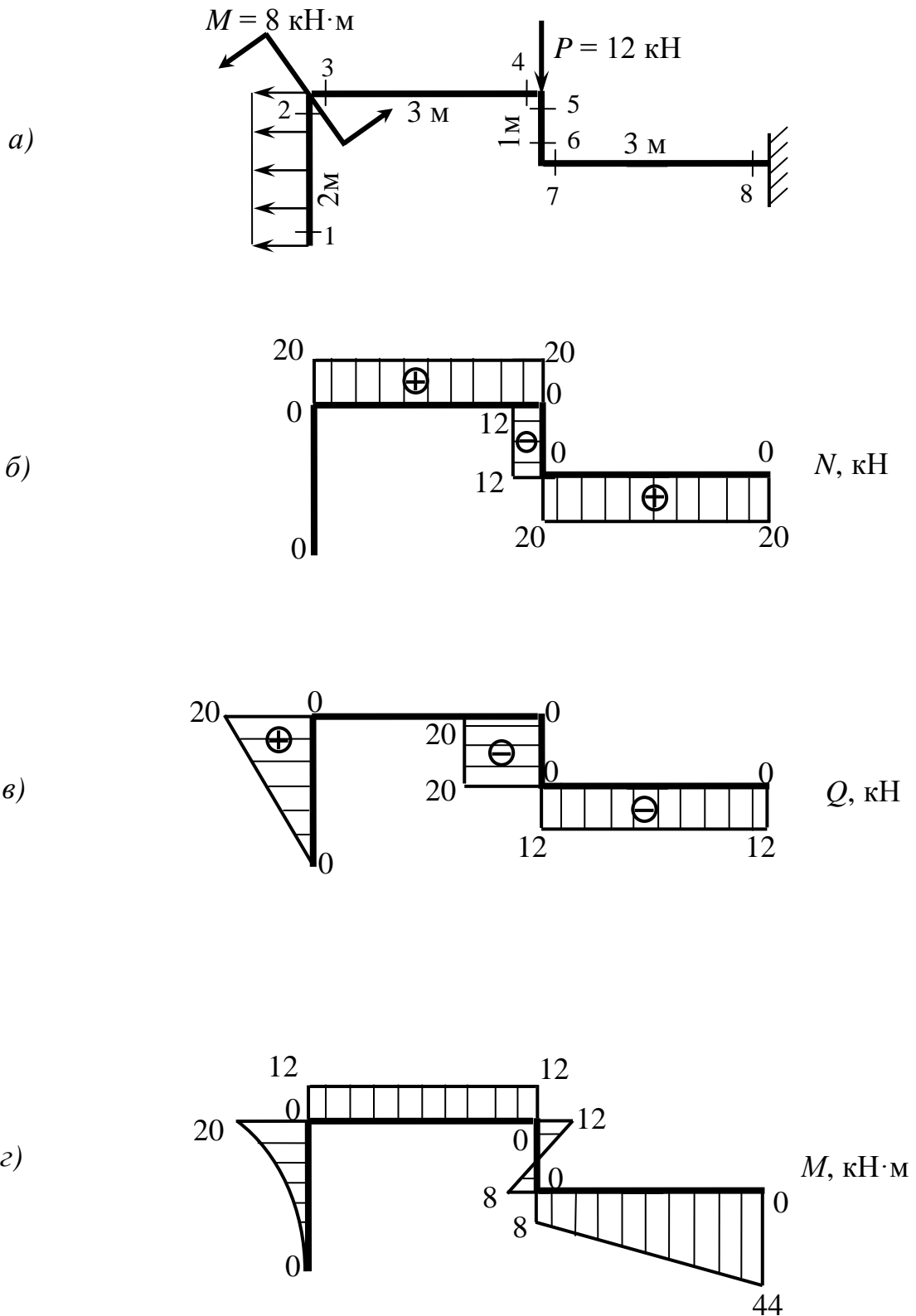
Рисунок 17 – Схема рами до задачі 7.9

#### Розв'язання

- 1 Зображуємо розрахункову схему рами (рис. 18,а).
- 2 Будуємо епюру подовжніх сил (рис. 18,б):

$$N_1 = N_2 = 0; \quad N_3 = N_4 = N_7 = N_8 = q \cdot 2 = 20 \text{ кН};$$

$$N_5 = N_6 = -P = -12 \text{ кН}.$$



*а – розрахункова схема рами; б – епюра подовжніх сил;  
в – епюра поперечних сил; г – епюра згинальних моментів  
Рисунок 18 – Графічні побудови до задачі 7.9*

3 Будемо епюру поперечних сил (рис. 18,в):



$$Q_1 = Q_3 = Q_4 = 0; \quad Q_2 = q \cdot 2 = 20 \text{ кН};$$

$$Q_5 = Q_6 = -q \cdot 2 = -20 \text{ кН}; \quad Q_7 = Q_8 = -P = -12 \text{ кН}.$$

4 Будуємо епюру згинальних моментів (рис. 18,г):

$$M_1 = 0; \quad M_2 = q \cdot 2 \cdot 1 = 20 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_3 = M_4 = M_5 = M_2 - M = 20 - 8 = 12 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_6 = M_7 = M = 8 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_8 = M + P \cdot 3 = 8 + 36 = 44 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

При побудові цієї епюри визначені величини  $M$  відкладаються від бази з боку стиснутих волокон.

## 7.10 Задача 2 екзаменаційних білетів першого рівня

**Умова задачі:** для заданої балки (див. рис. 1) побудувати епюри внутрішніх зусиль і підібрати її переріз (двотавр), якщо  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ .  
Прийняти:  $q = 10 \text{ кН/м}$ ;  $P = 18 \text{ кН}$ ;  $M = 16 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ;  $a = 2 \text{ м}$ ;  $b = 3 \text{ м}$ ;  
 $c = 1 \text{ м}$ ;  $d = 2 \text{ м}$ .

### Розв'язання

1 Визначаємо опорні реакції балки (див. задачу 7.1):  $Y_A = 8 \text{ кН}$ ;  
 $Z_A = 0$ ;  $R_B = 30 \text{ кН}$ .

2 Зображуємо розрахункову схему балки і помічаємо на ній характерні перерізи (рис. 19,а).

3 Будуємо епюру поперечних сил (рис. 19,б).

$$Q_1 = Y_A = 8 \text{ кН}; \quad Q_2 = Q_1 - q \cdot 2 = 8 - 10 \cdot 2 = 8 - 20 = -12 \text{ кН};$$

$$Q_3 = Q_4 = Q_5 = Q_2 = -12 \text{ кН}; \quad Q_6 = Q_5 + R_B = -12 + 30 = 18 \text{ кН};$$

$$Q_7 = Q_6 = 18 \text{ кН}; \quad \ell_D = Y_A / q = 8 / 10 = 0,8 \text{ м}.$$

4 Будуємо епюру згинальних моментів (рис. 19,в).

$$M_1 = 0; \quad M_2 = Y_A \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot 1 = 8 \cdot 2 - 20 = 16 - 20 = -4 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

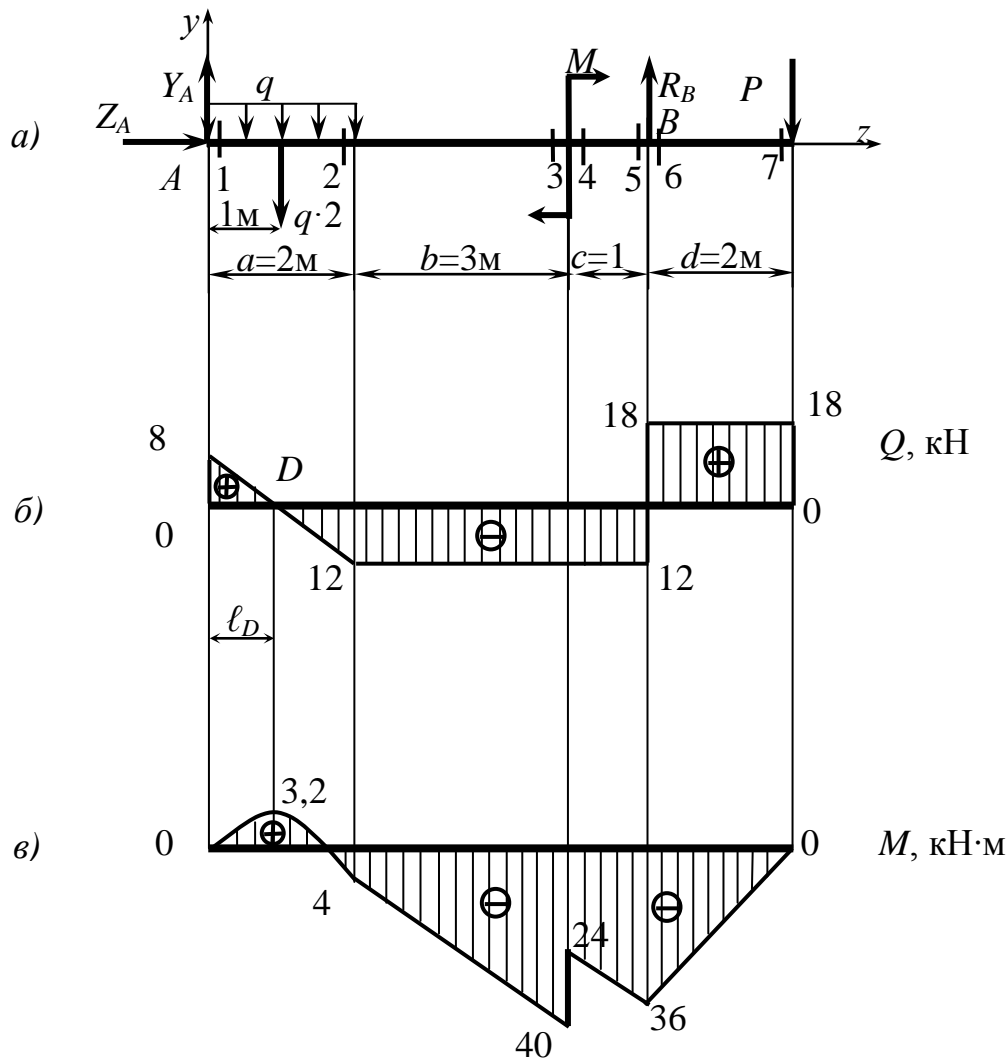
$$M_3 = Y_A \cdot 5 - q \cdot 2 \cdot 4 = 8 \cdot 5 - 10 \cdot 2 \cdot 4 = 40 - 80 = -40 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_4 = M_3 + M = -40 + 16 = -24 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_5 = M_6 = Y_A \cdot 6 - q \cdot 2 \cdot 5 +$$

$$+ M = 8 \cdot 6 - 10 \cdot 2 \cdot 5 + 16 = 48 - 100 + 16 = -36 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_7 = 0;$$

$$M_D = Y_A \cdot \ell_D - q \cdot \ell_D \cdot \ell_D / 2 = 8 \cdot 0,8 - 10 \cdot 0,8 \cdot 0,8 / 2 = 6,4 - 3,2 =$$

$$= 3,2 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$



*a – розрахункова схема балки; б – еюра поперечних сил;  
в – еюра згинальних моментів*

*Рисунок 19 – Графічні побудови до задачі 7.10*

5 З умови міцності за нормальними напруженнями визначаємо потрібний осьовий момент опору перерізу двотавра –  $W_x$ :

$$W_x \geq M_{\max} / [\sigma]. \quad (16)$$

Значення  $M_{\max} = 40$  кН·м беремо з еюри згинальних моментів (див. рис. 19,в).

За формулою (16) підраховуємо:

$$W_x \geq \frac{40 \cdot 10^3}{160} = 250 \text{ см}^3.$$

6 З відповідної таблиці сортаменту (див. додаток А) вибираємо найближчий номер двотавра. Ним є двотавр 22а, у якого  $W_x = 254 \text{ см}^3$  і  $J_x = 2790 \text{ см}^4$ .

**7.11 Задача контрольної роботи 3 (варіант 1) і задача 2  
екзаменаційних білетів другого рівня (варіант 1)**

**Умова задачі:** для заданої сталеві балки (рис. 20) побудувати епюри внутрішніх зусиль і підібрати її переріз (двотавр), якщо  $[\sigma] = 160$  МПа. Визначити переміщення точки  $K$ . Прийняти:  $q = 10$  кН/м;  $P = 18$  кН;  $M = 16$  кН·м;  $a = 2$  м;  $b = 3$  м;  $c = 1$  м;  $d = 2$  м.

**Розв'язання**

1...3 Визначаємо опорні реакції балки, будуємо епюри поперечних сил і згинальних моментів, визначаємо потрібний номер двотавра (див. задачі 7.1 і 7.10).

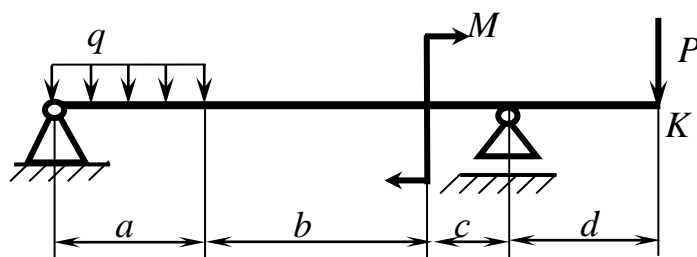
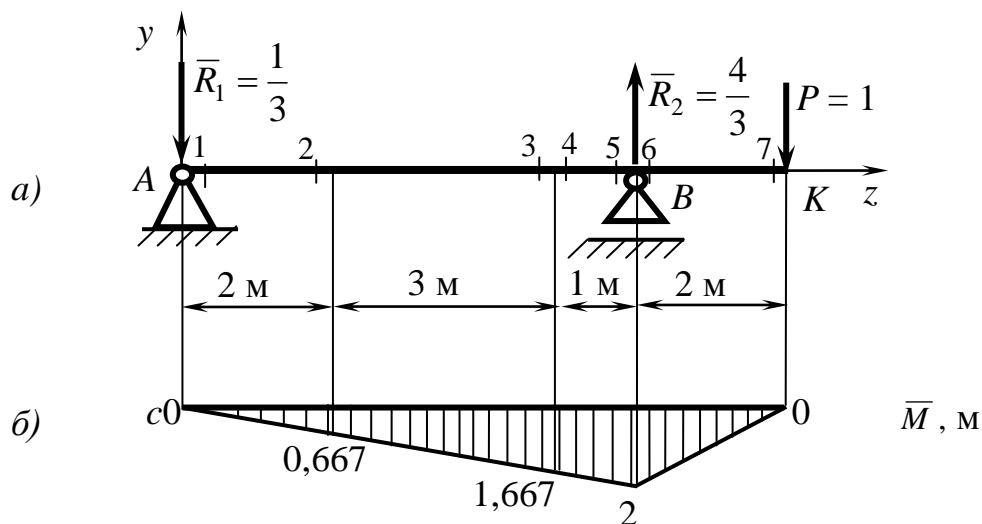


Рисунок 20 – Схема балки до задачі 7.11

2 У точці  $K$  ненавантаженої балки згідно з методом Мора прикладаємо вертикальну одиничну силу  $P = 1$ , визначаємо опорні реакції від її дії і будуємо епюру згинальних моментів  $\bar{M}$  (рис. 21).



$a$  – реакції балки;  $b$  – епюра згинальних моментів

Рисунок 21 – Дія на балку одиничної сили

$$\sum m_B = \bar{R}_1 \cdot 6 - P \cdot 2 = 0; \quad (17)$$

$$\sum m_A = \bar{R}_2 \cdot 6 - P \cdot 8 = 0. \quad (18)$$

Із рівняння (17):  $\bar{R}_1 = \frac{P \cdot 2}{6} = \frac{1 \cdot 2}{6} = \frac{1}{3}.$

Із рівняння (18):  $\bar{R}_2 = \frac{P \cdot 8}{6} = \frac{1 \cdot 8}{6} = \frac{4}{3}.$

Перевірка:

$$\sum P_y = -\bar{R}_1 + \bar{R}_2 - P = -\frac{1}{3} + \frac{4}{3} - 1 = 0.$$

Реакції знайдені вірно.

Епюра  $\bar{M}$ :

$$M_1 = 0; M_2 = -\bar{R}_1 \cdot 2 = -\frac{1}{3} \cdot 2 = -0,667 \text{ м}; M_3 = M_4 = -\bar{R}_1 \cdot 5 = -\frac{1}{3} \cdot 5 = -1,667 \text{ м}; M_5 = M_6 = -\bar{R}_1 \cdot 6 = -\frac{1}{3} \cdot 6 = -2 \text{ м}; M_7 = 0.$$

3 Переміщення точки  $K$  балки визначаємо за формулою крайніх ординат (додаток Б), “перемножуючи” епюру  $M$  (див. рис. 19,в) і епюру  $\bar{M}$  (див. рис. 21,б), які для зручності зображені разом на рисунку 22.

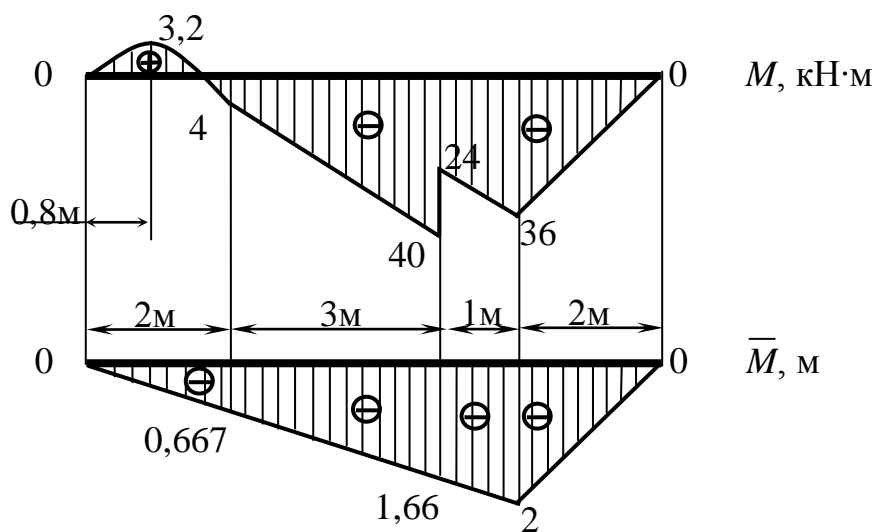


Рисунок 22 – Схема до визначення переміщення точки  $K$  балки

$$\begin{aligned}
\delta_K &= M \times \bar{M} = \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-4) \cdot (-0,667) + 0 \cdot (-0,667) + (-4) \cdot 0] + \\
&+ \frac{3}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-4) \cdot (-0,667) + 2 \cdot (-40) \cdot (-1,667) + (-4) \cdot (-1,667) + (-40) \cdot (-0,667)] + \\
&+ \frac{1}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-24) \cdot (-1,667) + 2 \cdot (-36) \cdot (-2) + (-24) \cdot (-2) + (-36) \cdot (-1,667)] + \\
&+ \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-36) \cdot (-2) + 2 \cdot 0 \cdot 0 + (-36) \cdot 0 + 0 \cdot (-2)] + \frac{10 \cdot 2^3}{24E \cdot J_x} \cdot (0 - 0,667) = \\
&= \frac{1277,564}{6E \cdot J_x} = \frac{1277,564 \cdot 10^{12}}{6 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 2790 \cdot 10^4} = 38,159 \text{ мм}.
\end{aligned}$$

Результат є додатним: переміщення відбувається за напрямком одиничної сили, тобто вниз.

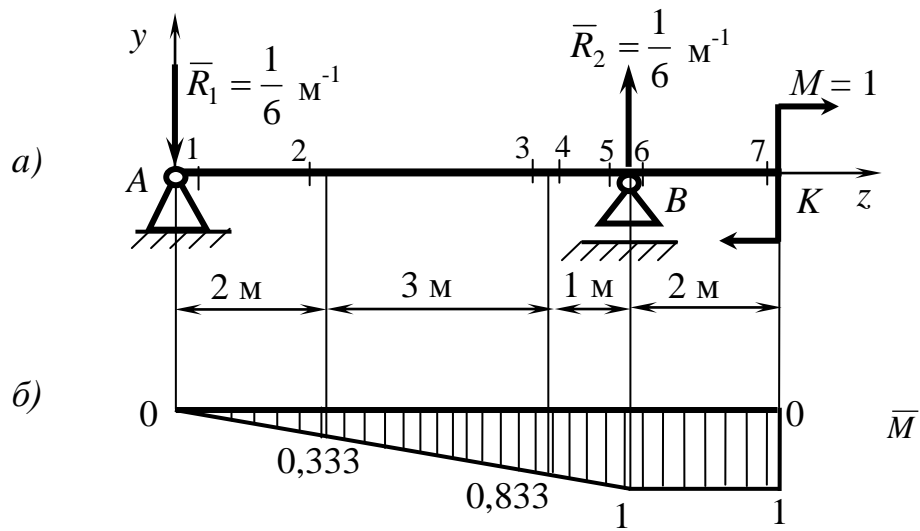
### 7.12 Задача контрольної роботи 3 (варіант 2) і задачі 2 екзаменаційних білетів другого рівня (варіант 2)

**Умова задачі:** для заданої сталеві балки (див. рис. 20) побудувати епюри внутрішніх зусиль і підібрати її переріз (двотавр), якщо  $[\sigma] = 160$  МПа. Визначити кут повороту перерізу  $K$ . Прийняти:  $q = 10$  кН/м;  $P = 18$  кН;  $M = 16$  кН·м;  $a = 2$  м;  $b = 3$  м;  $c = 1$  м;  $d = 2$  м.

#### Розв'язання

1 Визначаємо опорні реакції балки, будуємо епюри поперечних сил і згинальних моментів, визначаємо потрібний номер двотавра (див. задачі 7.1 і 7.10).

2 У точці  $K$  ненавантаженої балки згідно з методом Мора прикладаємо одиничний момент  $M = 1$ , визначаємо опорні реакції від його дії і будуємо епюру згинальних моментів  $\bar{M}$  (рис. 23).



*a – реакції балки; б – еюра згинальних моментів  
Рисунок 23 – Дія на балку одиничного моменту*

$$\sum m_B = \bar{R}_1 \cdot 6 - M = 0; \quad (19)$$

$$\sum m_A = \bar{R}_2 \cdot 6 - M = 0. \quad (20)$$

Із рівняння (19): 
$$\bar{R}_1 = \frac{M}{6} = \frac{1}{6} \text{ м}^{-1}.$$

Із рівняння (20): 
$$\bar{R}_2 = \frac{M}{6} = \frac{1}{6} \text{ м}^{-1}.$$

Перевірка: 
$$\sum P_y = -\bar{R}_1 + \bar{R}_2 = -\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 0.$$

Реакції знайдені вірно.

Епюра  $\bar{M}$  :

$$M_1 = 0; M_2 = -\bar{R}_1 \cdot 2 = -\frac{1}{6} \cdot 2 = -0,333;$$

$$M_3 = M_4 = -\bar{R}_1 \cdot 5 = -\frac{1}{6} \cdot 5 = -0,833;$$

$$M_5 = M_6 = M_7 = -M = -1.$$

З Кут повороту перерізу  $K$  балки визначаємо за формулою крайніх ординат (див. додаток Б), “перемножуючи” епюру  $M$  (див. рис. 19,в) і епюру  $\bar{M}$  (див. рис. 23,б), які для зручності показані разом на рисунку 24.

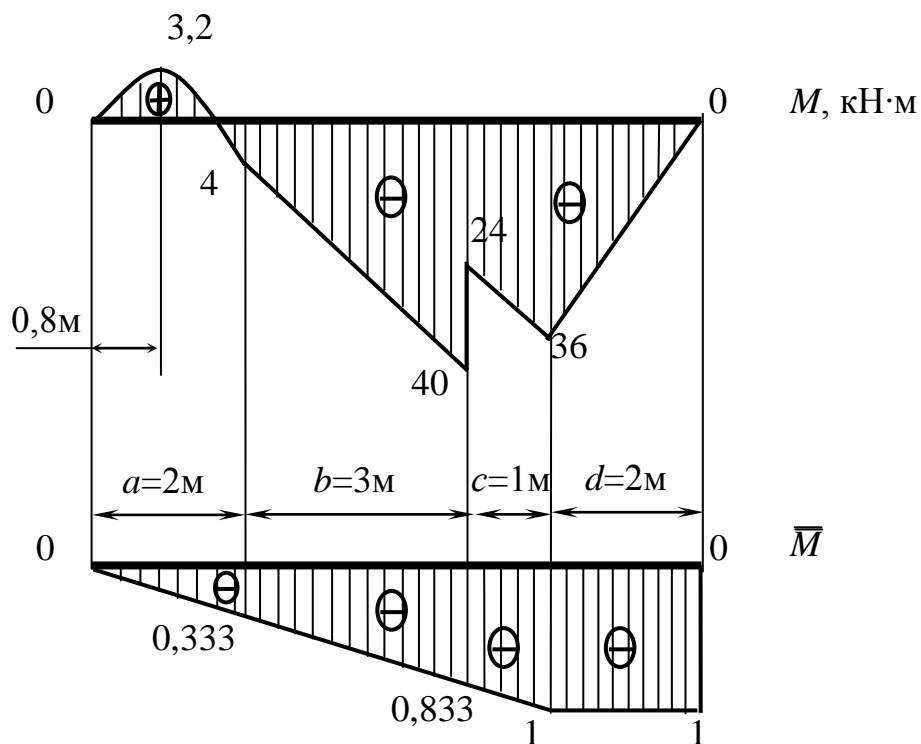


Рисунок 24 – Схема до визначення кута повороту перерізу  $K$  балки

$$\begin{aligned}
\theta_K &= M \times \bar{M} = \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-4) \cdot (-0,333) + 0 \cdot (-0,333) + \\
&+ (-4) \cdot 0] + \frac{10 \cdot 2^3}{24E \cdot J_x} \cdot (0 - 0,333) + \frac{3}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-4) \cdot (-0,333) + \\
&+ 2 \cdot (-40) \cdot (-0,833) + (-4) \cdot (-0,833) + (-40) \cdot (-0,333)] + \\
&+ \frac{1}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-24) \cdot (-0,833) + 2 \cdot (-36) \cdot (-1) + (-24) \cdot (-1) + \\
&+ (-36) \cdot (-0,833)] + \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-36) \cdot (-1) + 2 \cdot 0 \cdot (-1) + \\
&+ (-36) \cdot (-1) + 0 \cdot (-1)] = \frac{638,508}{6E \cdot J_x} = \frac{638,508 \cdot 10^9}{6 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 2790 \cdot 10^4} = \\
&= 0,019 \text{ радіана} = 1,089 \text{ градуса.}
\end{aligned}$$

Результат є додатним: переріз  $K$  обертається за напрямком одиничного моменту, тобто за ходом стрілок годинника.

### 7.13 Задача контрольної роботи 4 (варіант 1)

**Умова задачі:** для заданої сталеві рами (див. рис.3) побудувати епюри внутрішніх зусиль і підібрати її переріз (двотавр), якщо  $[\sigma] = 160$  МПа. Визначити кут повороту перерізу  $K$ . Прийняти:  $q = 10$  кН/м;  $P = 18$  кН;  $M = 16$  кН·м;  $a = 2$  м;  $b = 3$  м;  $c = 1$  м.

#### Розв'язання

1 Зображуємо розрахункову схему рами (рис. 25).

2 Визначаємо опорні реакції рами (див. задачу 7.2):  $R_A = 50$  кН;  $Z_B = 0$ ;  $Y_B = -12$  кН,  $Y'_B = 12$  кН.

3 Будуємо епюру подовжніх сил (рис. 26):

$$\begin{aligned}
N_1 = N_2 = 0; \quad N_3 = N_4 = -R_A + q \cdot 2 = -50 + 10 \cdot 2 = \\
-50 + 20 = -30 \text{ кН}; \quad N_5 = N_6 = N_7 = N_8 = 0.
\end{aligned}$$



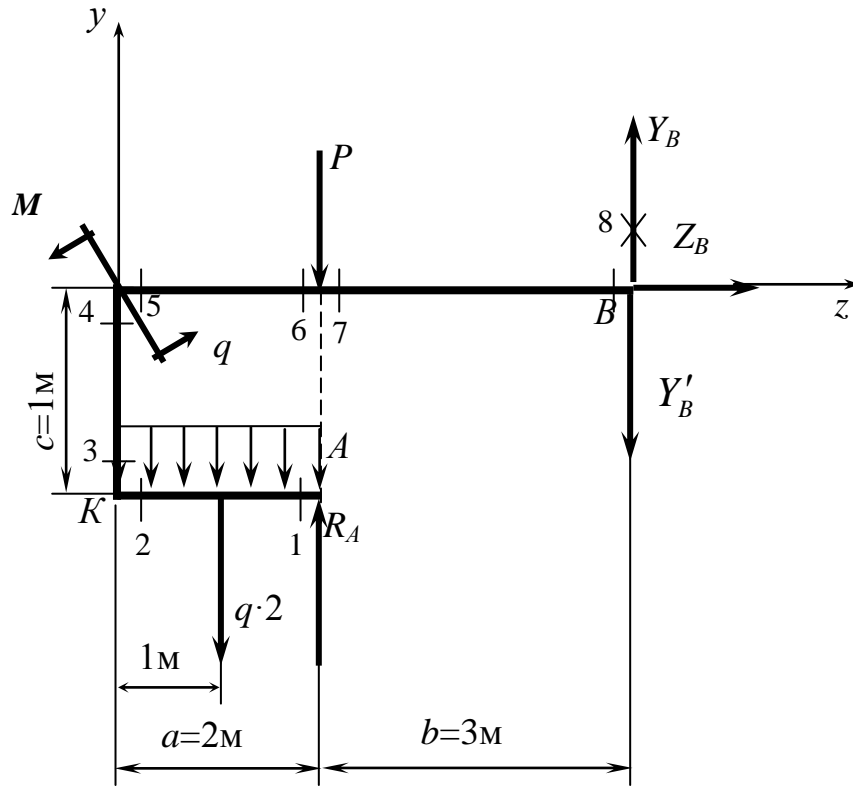


Рисунок 25 – Розрахункова схема рами

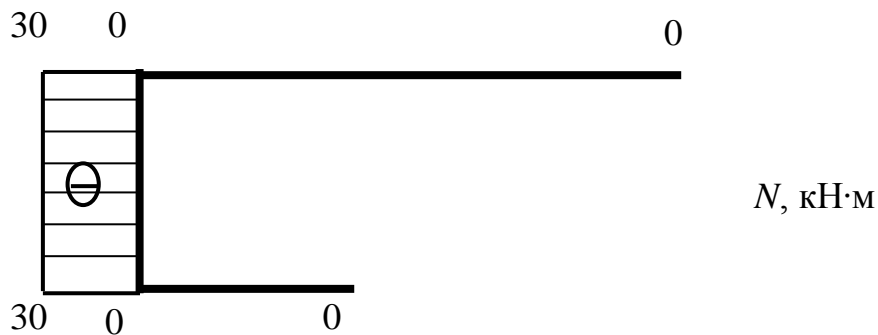


Рисунок 26 – Епюра подовжніх сил

4 Будуємо епюру поперечних сил (рис. 27):

$$Q_1 = -R_A = -50 \text{ кН}; \quad Q_2 = -R_A + q \cdot 2 = -50 + 10 \cdot 2 = -30 \text{ кН};$$

$$Q_3 = Q_4 = 0; \quad Q_5 = Q_6 = Y'_B + P = 12 + 18 = 30 \text{ кН}; \quad Q_7 = Q_8 = Y'_B = 12 \text{ кН}.$$

5 Будуємо епюру згинальних моментів (рис. 28):

$$M_1 = M_8 = 0; \quad M_2 = M_3 = M_4 = R_A \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot 1 =$$

$$= 50 \cdot 2 - 10 \cdot 2 \cdot 1 = 100 - 20 = 80 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_5 = M_4 + M = 80 + 16 = 96 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_6 = M_7 = Y'_B \cdot 3 = 12 \cdot 3 = 36 \text{ кН}\cdot\text{м}; \quad M_8 = 0.$$

При побудові цієї епюри визначені величини  $M$  відкладаються від бази з боку стиснутих волокон.

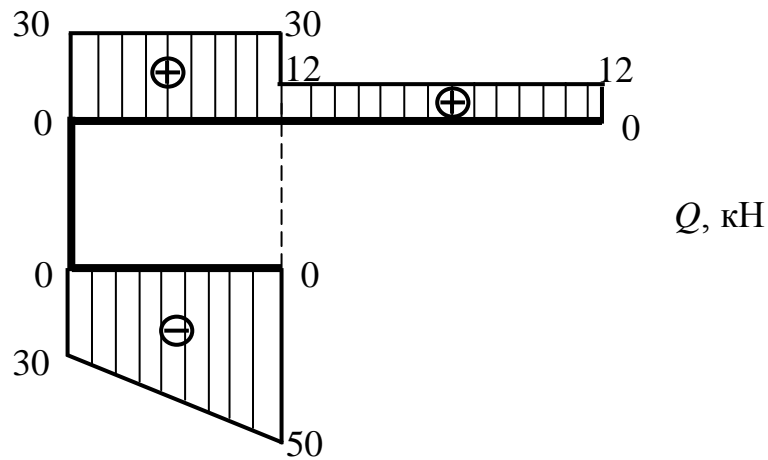


Рисунок 27 – Епюра поперечних сил

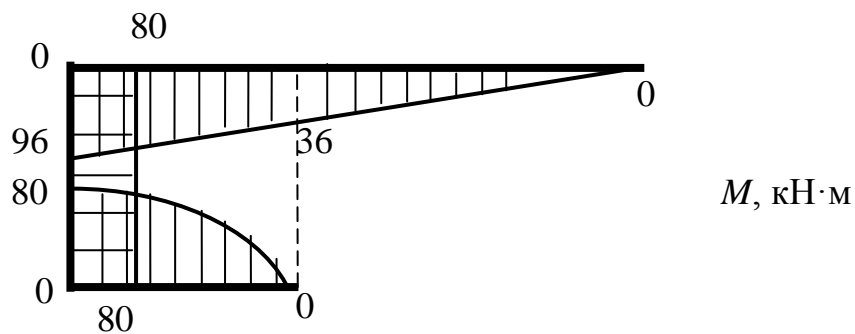


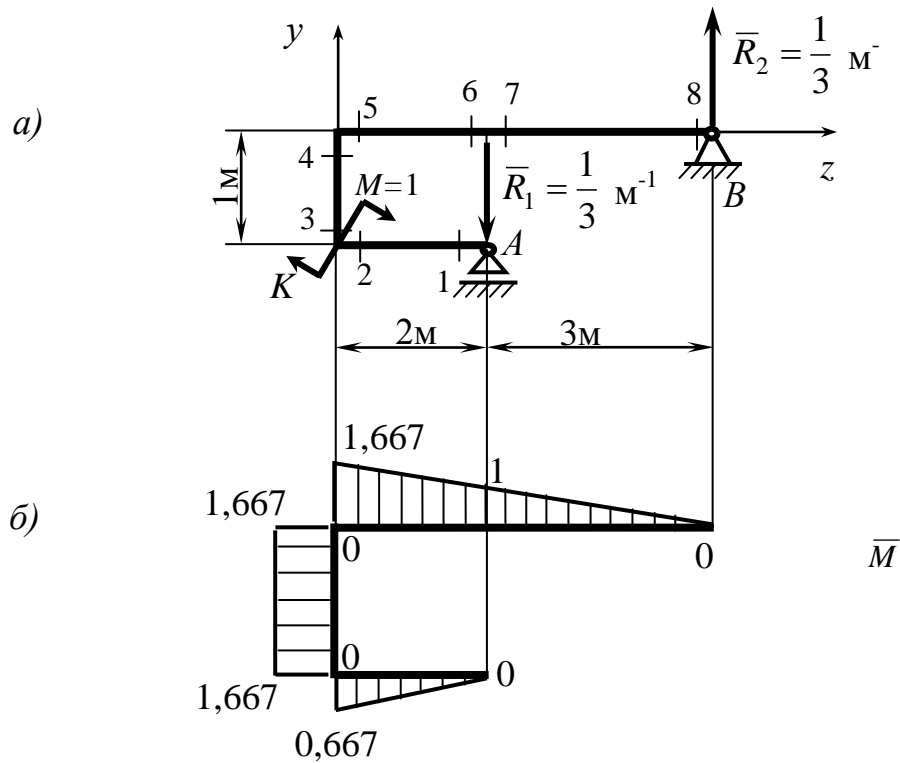
Рисунок 28 – Епюра згинальних моментів

6 Визначаємо за формулою (16) осьовий момент опору перерізу стрижнів рами:

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{96 \cdot 10^3}{160} = 600 \text{ см}^3.$$

7 У відповідній таблиці сортаменту (див. додаток А) знаходимо потрібний номер двотавра. Ним є двотавр 36, у якого  $W_x = 743 \text{ см}^3$  і  $J_x = 13380 \text{ см}^4$ .

8 Прикладаємо до ненавантаженої рами в куті  $K$  згідно з методом Мора одиничний момент  $M = 1$ , визначаємо від його дії опорні реакції (рис. 29,а) і будуємо епюру згинальних моментів  $\bar{M}$  (рис. 29,б):



а – опорні реакції рами; б – епюра згинальних моментів  
Рисунок 29 – Дія на раму одиничного моменту

$$\sum m_A = -M + \bar{R}_2 \cdot 3 = 0; \quad (21)$$

$$\sum m_B = -M + \bar{R}_1 \cdot 3 = 0. \quad (22)$$

Із рівняння (21):  $\bar{R}_2 = \frac{M}{3} = \frac{1}{3} \text{ м}^{-1}.$

Із рівняння (22):  $\bar{R}_1 = \frac{M}{3} = \frac{1}{3} \text{ м}^{-1}.$

Перевірка:  $\sum P_y = -\bar{R}_1 + \bar{R}_2 = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 0.$

Реакції визначені вірно.

Епюра  $\bar{M}$ :

$$M_1 = M_8 = 0; \quad M_2 = \bar{R}_1 \cdot 2 = \frac{1}{3} \cdot 2 = 0,667;$$

$$M_3 = M_4 = M_5 = M_2 + M = 0,667 + 1 = 1,667;$$

$$M_6 = M_7 = \bar{R}_2 \cdot 3 = \frac{1}{3} \cdot 3 = 1.$$

При побудові цієї епюри визначені величини  $M$  відкладаються від бази з боку стиснутих волокон.

9 Кут повороту перерізу  $K$  рами визначаємо за формулою крайніх ординат (див. додаток Б), “перемножуючи” епюру  $M$  (див. рис.28) і епюру  $\bar{M}$  (див. рис. 29,б):

$$\begin{aligned} \theta_K &= M \times \bar{M} = \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot 80 \cdot (-0,667) + 2 \cdot 0 \cdot 0 + 80 \cdot 0 + 0 \cdot (-0,667)] + \\ &+ \frac{1}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-80) \cdot 1,667 + 2 \cdot (-80) \cdot 1,667 + (-80) \cdot 1,667 + (-80) \cdot 1,667] + \\ &+ \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-96) \cdot 1,667 + 2 \cdot (-36) \cdot 1 + (-96) \cdot 1 + (-36) \cdot 1,667] + \\ &+ \frac{3}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-36) \cdot 1 + 2 \cdot 0 \cdot 0 + (-36) \cdot 0 + 0 \cdot 1] + \frac{10 \cdot 2^3}{24E \cdot J_x} \cdot (-0,667 + 0) = \\ &= \frac{1}{6E \cdot J_x} \cdot (-213,44 - 800,16 - 1096,152 - 216 - 13,34) = -\frac{2339,092}{6E \cdot J_x} = \\ &= -\frac{2339,092 \cdot 10^9}{6 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 13380 \cdot 10^4} = -0,015 \text{ радіана} = -0,859 \text{ градуса.} \end{aligned}$$

Результат від’ємний: переріз обертається проти напрямку одиничного моменту, тобто проти ходу стрілок годинника.

#### 7.14 Задача контрольної роботи 4 (варіант 2)

**Умова задачі:** для заданої сталеві рами (рис.30) побудувати епюри внутрішніх зусиль і підібрати її переріз (двотавр), якщо  $[\sigma] = 160$  МПа. Визначити кут повороту перерізу  $K$ . Прийняти:  $q = 10$  кН / м ;  $P = 12$  кН ;  $M = 7$  кН·м ;  $a = 3$  м ;  $b = 3$  м ;  $c = 2$  м ;  $d = 2$  м .

#### Розв’язання

1 Зображуємо розрахункову схему рами і визначаємо її опорні реакції (рис. 31,а):

$$\sum m_A = -M - P \cdot 6 - q \cdot 2 \cdot 1 + R_B \cdot 3 = 0; \quad (23)$$

$$\sum P_y = -Y_A + R_B - P = 0; \quad (24)$$

$$\sum P_z = Z_A - q \cdot 2 = 0. \quad (25)$$

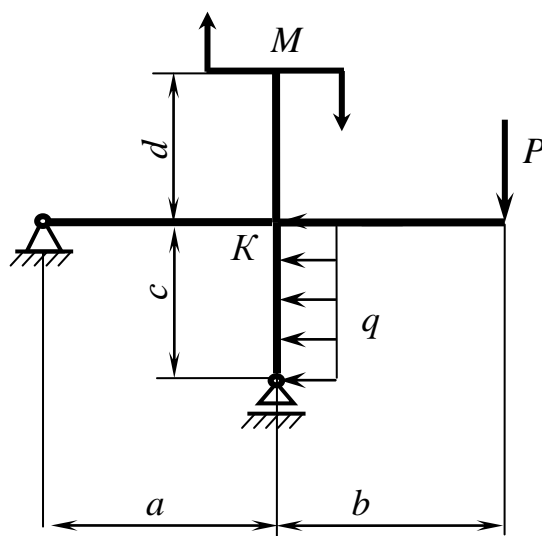


Рисунок 30 – Схема рами до задачі 7.14

Із рівняння (23):

$$R_B = \frac{1}{3} \cdot (M + P \cdot 6 + q \cdot 2 \cdot 1) = \frac{1}{3} \cdot (7 + 12 \cdot 6 + 10 \cdot 2 \cdot 1) = 33 \text{ кН.}$$

Із рівняння (24):

$$Y_A = R_B - P = 33 - 12 = 21 \text{ кН.}$$

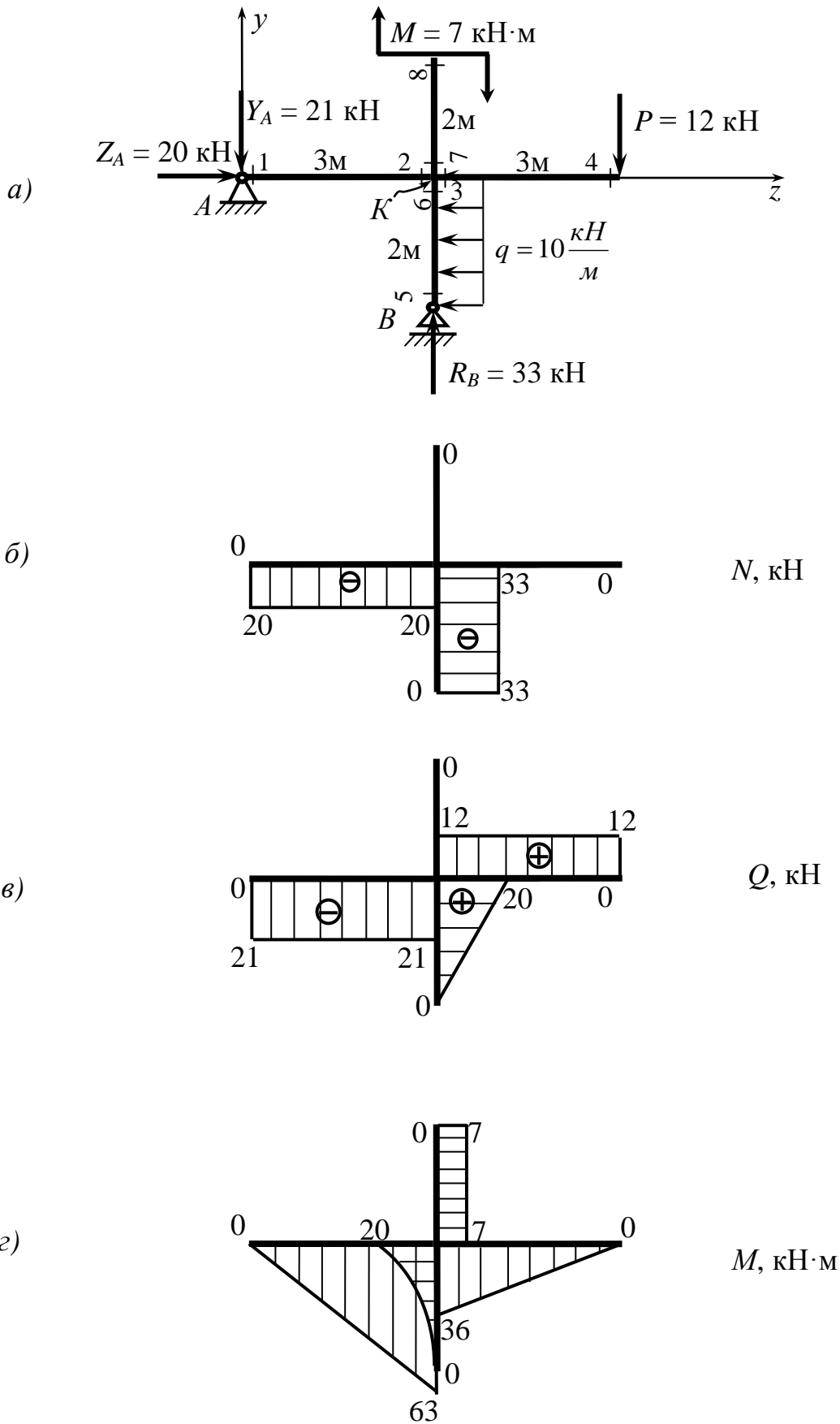
Із рівняння (25):

$$Z_A = q \cdot 2 = 10 \cdot 2 = 20 \text{ кН.}$$

Перевірка:

$$\sum m_K = Y_A \cdot 3 - M - P \cdot 3 - q \cdot 2 \cdot 1 = 21 \cdot 3 - 7 - 12 \cdot 3 - 10 \cdot 2 \cdot 1 = 0.$$

Реакції визначені вірно.



*a – розрахункова схема рами; б – епюра подовжніх сил;  
в – епюра поперечних сил; г – епюра згинальних моментів*  
Рисунок 31 – Графічні побудови до задачі 7.14

2 Будуємо епюру подовжніх сил (рис. 31,б):

$$N_1 = N_2 = -z_A = -20 \text{ кН}; \quad M_5 = M_6 = -R_B = -33 \text{ кН};$$

$$N_3 = N_4 = N_7 = N_8 = 0.$$

3 Будуємо епюру поперечних сил (рис. 31,в):

$$Q_1 = Q_2 = -Y_A = -21 \text{ кН}; \quad Q_3 = Q_4 = P = 12 \text{ кН};$$

$$Q_5 = 0; \quad Q_6 = q \cdot 2 = 20 \text{ кН}; \quad Q_7 = Q_8 = 0.$$

4 Будуємо епюру згинальних моментів (рис. 31,г):

$$M_1 = M_4 = M_5 = 0; \quad M_2 = Y_A \cdot 3 = 21 \cdot 3 = 63 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_3 = P \cdot 3 = 12 \cdot 3 = 36 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_6 = q \cdot 2 \cdot 1 = 10 \cdot 2 \cdot 1 = 20 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_7 = M_8 = M = 7 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

При побудові цієї епюри визначені величини  $M$  відкладаються від бази з боку стиснутих волокон.

5 Визначаємо за формулою (16) осьовий момент опору перерізу стрижнів рами:

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{63 \cdot 10^3}{160} = 393,75 \text{ см}^3.$$

6 У відповідній таблиці сортаменту (див. додаток А) знаходимо потрібний номер двотавра. Ним є двотавр 27а, у якого  $W_x = 407 \text{ см}^3$  і  $J_x = 5500 \text{ см}^4$ .

7 Прикладаємо до ненавантаженої рами в куті  $K$  згідно з методом Мора одиничний момент  $M = 1$ , визначаємо від його дії опорні реакції (рис. 32,а) і будуємо епюру згинальних моментів  $\bar{M}$  (рис. 32,б).

$$\sum m_A = M - \bar{R}_2 \cdot 3 = 0; \tag{26}$$

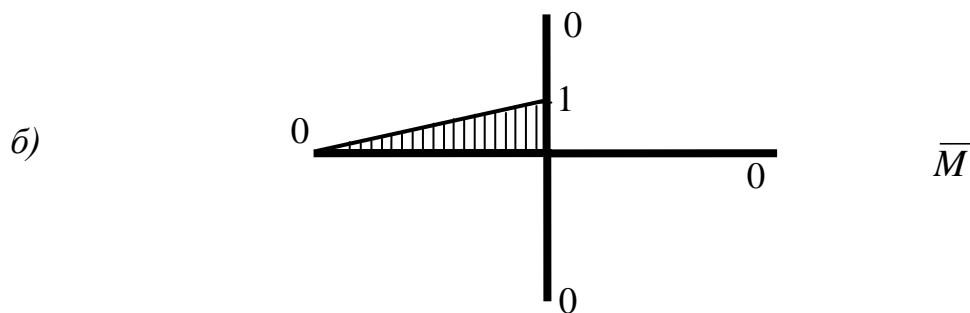
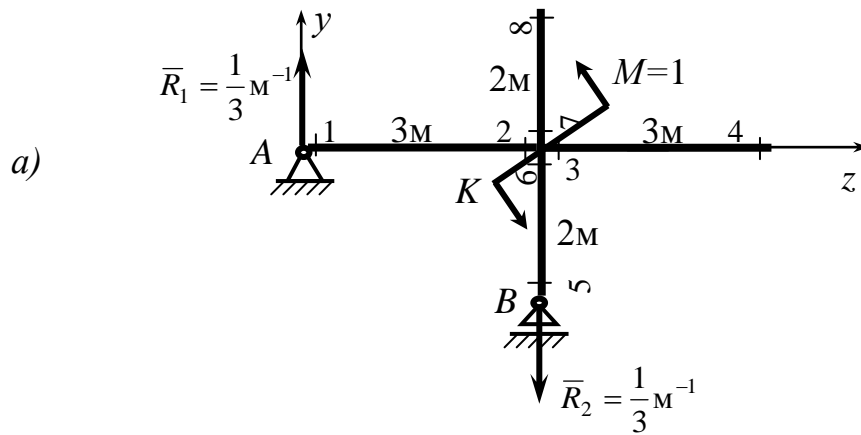
$$\sum m_B = M - \bar{R}_1 \cdot 3 = 0. \tag{27}$$

Із рівняння (26): 
$$\bar{R}_2 = \frac{M}{3} = \frac{1}{3} \text{ м}^{-1}.$$

Із рівняння (27): 
$$\bar{R}_1 = \frac{M}{3} = \frac{1}{3} \text{ м}^{-1}.$$

Перевірка: 
$$\sum P_y = \bar{R}_1 - \bar{R}_2 = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0.$$

Реакції визначені вірно.



*a – опорні реакції рами; б – еюра згинальних моментів  
Рисунок 32 – Дія на раму одиничного моменту*

Еюра  $\bar{M}$  :

$$M_1 = 0; \quad M_2 = \bar{R}_1 \cdot 3 = \frac{1}{3} \cdot 3 = 1;$$

$$M_3 = M_4 = M_5 = M_6 = M_7 = M_8 = 0.$$

При побудові цієї еюри визначені величини  $M$  відкладаються від бази з боку стиснутих волокон.

8 Кут повороту перерізу  $K$  рами визначаємо за формулою крайніх ординат (див. додаток Б), “перемножуючи” еюру  $M$  (див. рис. 31,г) і еюру  $\bar{M}$  (див. рис. 32,б):

$$\theta_K = M \times \bar{M} = \frac{3}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-63) \cdot 1 + 0 \cdot 1 + (-63) \cdot 0] =$$

$$= -\frac{378}{6E \cdot J_x} = -\frac{378 \cdot 10^9}{6 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 5500 \cdot 10^4} = -0,006 \text{ радіана} = -0,344 \text{ градуса.}$$

Результат від’ємний: переріз обертається проти напрямку одиничного моменту, тобто за ходом стрілок годинника.



## 7.15 Задача 1 екзаменаційних білетів другого рівня

**Умова задачі:** визначити діаметр і абсолютне подовження (скорочення) найбільш навантаженого стрижня сталеві конструкції (рис.33). Прийняти:  $a = 2$  м;  $b = 3$  м;  $c = 4$  м;  $P = 200$  кН;  $M = 250$  кН·м;  $q = 300$  кН/м.

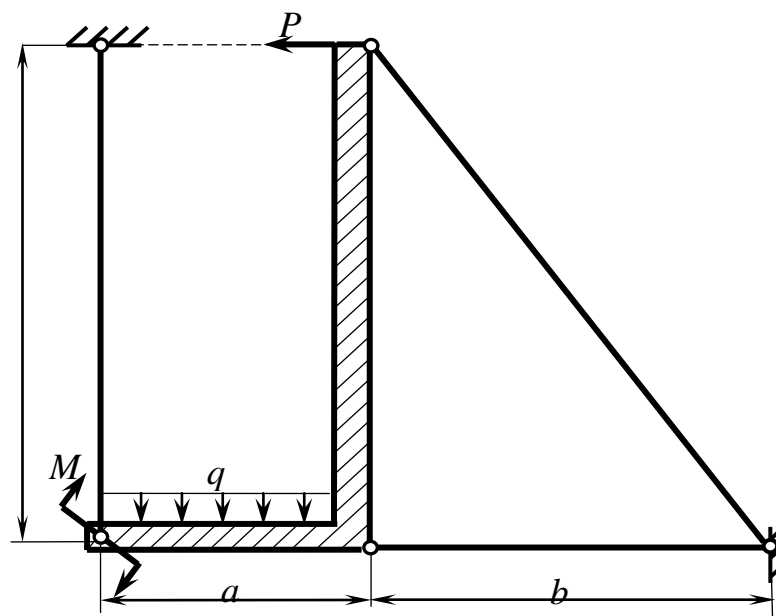


Рисунок 33 – Схема конструкції до задачі 7.15

### Розв'язання

1 Позначаємо номери стрижнів і осі координат. Стрижні відкидаємо, а їхню дію на тіло, яке є заштрихованим, замінюємо реакціями  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$ , котрі спрямовані уздовж відповідних стрижнів від тіла (в такому разі додатні значення реакцій відповідають випадку розтягнення, від'ємні – випадку стискання) і дорівнюють подовжнім силам у цих стрижнях. Позначаємо також потрібні точки і кут  $\alpha$  (рис. 34).

2 Спростуємо систему сил. Розподілене навантаження замінюємо його рівнодійною, яка дорівнює площі епюри цього навантаження і прикладена посередині навантаженої ділянки тіла. Силу  $N_2$  розкладаємо на складові уздовж осей координат –  $N_2^y$  і  $N_2^z$  (див. рис. 34). Значення цих складових визначаємо таким чином:

$$N_2^y = N_2 \cdot \cos \alpha, \quad (28)$$

$$N_2^z = N_2 \cdot \sin \alpha. \quad (29)$$

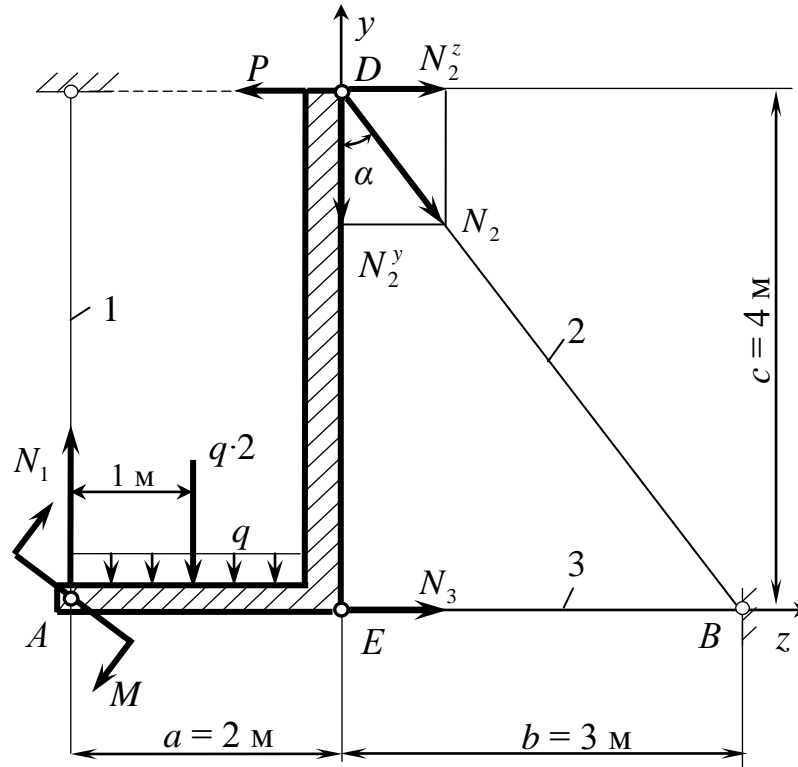


Рисунок 34 – Розрахункова схема конструкції

Значення  $\sin \alpha$  і  $\cos \alpha$  визначаємо із прямокутного трикутника  $DBE$ :

$$\sin \alpha = \frac{BE}{BD} = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{3}{5} = 0,6, \quad (30)$$

$$\cos \alpha = \frac{DE}{BD} = \frac{4}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{4}{5} = 0,8. \quad (31)$$

Отже, із рівнянь (28)...(31) маємо:

$$N_2^y = 0,8 \cdot N_2; \quad N_2^z = 0,6 \cdot N_2.$$

3 Класифікуємо діючу систему сил. Вона є довільною плоскою, для якої можна скласти три незалежних рівняння рівноваги, саме стільки, скільки невідомих реакцій присутнє в даній задачі.

4 Складаємо ці рівняння. З усіх можливих варіантів вибираємо такі, які забезпечують найбільш просте розв'язання рівнянь рівноваги, а саме:

$$\sum m_B = -M + q \cdot 2 \cdot 4 + P \cdot 4 - N_1 \cdot 5 = 0; \quad (32)$$

$$\sum P_y = N_1 - q \cdot 2 - 0,8 \cdot N_2 = 0; \quad (33)$$

$$\sum P_z = N_3 + 0,6 \cdot N_2 - P = 0. \quad (34)$$

5 Визначаємо зусилля у стрижнях конструкції.

Із рівняння (32):

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{5} \cdot (-M + q \cdot 2 \cdot 4 + P \cdot 4) = \\ &= \frac{1}{5} \cdot (-250 + 300 \cdot 2 \cdot 4 + 200 \cdot 4) = \frac{2950}{5} = 590 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Із рівняння (33):

$$N_2 = \frac{1}{0,8} \cdot (N_1 - q \cdot 2) = \frac{1}{0,8} \cdot (590 - 300 \cdot 2) = -\frac{10}{0,8} = -12,5 \text{ кН}.$$

Із рівняння (34):

$$N_3 = P - 0,6 \cdot N_2 = 200 - 0,6 \cdot (-12,5) = 207,5 \text{ кН}.$$

Перевірка:

$$\begin{aligned} \sum m_A &= -M - q \cdot 2 \cdot 1 - 0,8 \cdot N_2 \cdot 2 - 0,6 \cdot N_2 \cdot 4 + P \cdot 4 = \\ &= -250 - 300 \cdot 2 \cdot 1 - 0,8 \cdot (-12,5) \cdot 2 - 0,6 \cdot (-12,5) \cdot 4 + 200 \cdot 4 = \\ &= -250 - 600 + 20 + 30 + 800 = -850 + 850 = 0. \end{aligned}$$

Зусилля у стрижнях визначені вірно.

Додатні значення  $N_1$  і  $N_3$  вказують на те, що стрижні 1 і 3 є розтягненими. Від'ємне ж значення  $N_2$  свідчить про те, що стрижень 2 є стиснутим.

6 Порівнюємо значення обчислених зусиль. Бачимо, що найбільш навантаженим є стрижень 1, в якому діє найбільше за модулем зусилля:

$N_1 = |N|_{\max} = 590 \text{ кН}$ . Його і беремо для подальших розрахунків.

7 Визначаємо за формулою (8) потрібний діаметр стрижня 1:

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4 \cdot N_1}{\pi \cdot [\sigma]}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 590 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 160}} = 68,5 \text{ мм}.$$

Приймаємо із сортаменту (див. додаток А):  $d_1 = 71 \text{ мм}$ .

8. Визначаємо за формулою (9) абсолютне подовження стрижня 1:

$$\Delta \ell_1 = \frac{4 \cdot N_1 \cdot \ell_1}{E \cdot \pi \cdot d_1^2} = \frac{4 \cdot 590 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 3,14 \cdot 71^2} = 3,0 \text{ мм}.$$

## ЛІТЕРАТУРА

- 1 Писаренко Г. С. Опір матеріалів / Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Є. С. Уманський. – К. : Вища шк., 2004. – 655 с.
- 2 Опір матеріалів : *конспект лекцій з дисципліни [для студентів всіх механічних спеціальностей денної і заочної форм навчання]* / [укл.: Л. В. Кутовий, Т. П. Зінченко, В. А. Овчаренко]. – Краматорськ: ДДМА, 2007. – Ч. 1. – 196 с.
- 3 Сопротивление материалов : *конспект лекций [для студентов всех механических специальностей очной и заочной формы обучения]* / [сост.: Л. В. Кутовой, Т. П. Зинченко, В. А. Овчаренко]. – Краматорск : ДГМА, 2004. – Ч. 1.– 172 с.
- 4 Сопротивление материалов / [Г. С. Писаренко и др.]. – К. : Вища школа, 1986. – 775 с.
- 5 Шевченко Ф. Л. Курс опору матеріалів. Порада до вивчення теорії та розв'язання задач: *навчальний посібник* / Ф. Л. Шевченко. – Донецьк : ДонНТУ, 2013. – 260 с.
- 6 Шевченко Ф. Л. Задачі з опору матеріалів: *навчальний посібник* / Ф. Л. Шевченко, С. М. Царенко. – Донецьк : ДонНТУ, 2010. – 356 с.
- 7 Ицкович Г. М. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов: *учебное пособие для вузов* / Г. М. Ицкович, Л. С. Минин, А. И. Винокуров. – М. : Высш. шк., 2001. – 592 с.
- 8 Опір матеріалів : *методичні вказівки до лабораторних робіт [для студентів усіх механічних спеціальностей]* / [укл.: В. А. Овчаренко, Л. В. Кутовий]. – Краматорськ : ДДМА, 2008. – 80 с.
- 9 Збірник розрахунково-графічних завдань з курсу «Опір матеріалів»: *навчальний посібник* / [Л. В. Кутовий та ін.]. – Краматорськ : ДДМА, 2007. – 220 с.
- 10 Сопротивление материалов : *методические указания к контрольным работам 1 и 2 [для студентов заочной формы обучения всех механических специальностей]* / [сост. В. А. Овчаренко]. – Краматорск : ДГМА, 2006. – 60 с.
- 11 Побудова епюр внутрішніх силових факторів для балок і плоских рам : *навч. посібник* / [Ю. С. Холодняк та ін.]. – Краматорськ : ДДМА, 2010. – 128 с.
- 12 Сопротивление материалов : *методические указания к контрольным работам 3 и 4 [для студентов заочной формы обучения всех механических специальностей]* / [сост.: В. А. Овчаренко , Н. А. Соломин]. – Краматорск : ДГМА, 2007. – 48 с.

13 Опір матеріалів : *конспект лекцій [для студентів всіх механічних спеціальностей денної і заочної форми навчання]* / [укл.: Л. В. Кутовий, Т. П. Зінченко, В. А. Овчаренко]. – Краматорськ : ДДМА, 2008. – Ч. 2. – 168 с.

14 Сопротивление материалов : *конспект лекций [для студентов всех механических специальностей очной и заочной формы обучения]* / [сост. : Л. В. Кутовой, Т. П. Зинченко, В. А. Овчаренко]. – Краматорск : ДГМА, 2005. – Ч. 2. – 176 с.

15 Сопротивление материалов : *методические указания по подготовке к практическим занятиям [для студентов всех механических специальностей очной и заочной форм обучения]* / [сост.: В. А. Овчаренко, С. В. Капорович]. – Краматорск : ДГМА, 2008. – Ч. 1. – 172 с.

16 Дарков А. В. Сопротивление материалов: *учеб. для техн. вузов* / А. В. Дарков, Г. С. Шпиро. – М. : Высш. шк., 1989. – 654 с.: *ил.*

17 Опір матеріалів: *методичні вказівки до організації навчального процесу в умовах кредитно-модульної системи [для викладачів і студентів усіх механічних спеціальностей прискореної форми навчання денного відділення]* / [уклад.: Ю. С. Холодняк та ін.]. – Краматорськ : ДДМА, 2012. – 184 с.

18 Писаренко Г. С. Справочник по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко [и др.]. – Киев : Наукова думка, 1988. – 704 с.

19 Опір матеріалів : *методичні вказівки до самостійної роботи [для студентів усіх механічних спеціальностей денної прискореної форми навчання]* / [уклад. Ю. С. Холодняк]. – Краматорськ : ДДМА, 2019. – 72 с.

20 Опір матеріалів : *розрахунково-графічні завдання до тем 6 і 7 [для студентів усіх механічних спеціальностей денної прискореної форми навчання]* / [уклад. Ю. С. Холодняк]. – Краматорськ : ДДМА, 2020. – 64 с.

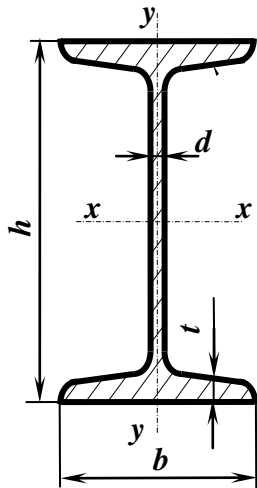
## ДОДАТОК А

### Основні параметри катаних профілів

#### 1. Нормальні лінійні розміри, мм (по ГОСТ 6636-69, фрагмент ряду Ra20)

Таблиця А.1

1,0	1,1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,5	2,8	3,2	3,6
4,0	4,5	5,0	5,6	6,3	7,1	8,0	9,0	10	11	12	14
16	18	20	22	25	28	32	36	40	45	50	56
63	71	80	90	100	110	125	140	160	180	200	220
250	280	320	360	400	450	500	560	630	710	800	900



#### 2. Двотаври сталіні гарячекатані (за ГОСТ 8239-89)

Позначення:

$h$  – висота профілю

$b$  – ширина полки

$d$  – товщина стінки

$t$  – середня товщина полки

$F$  – площа перерізу

$J$  – моменти інерції

$W$  – моменти опору

$i$  – радіуси інерції

$S_x$  – статичний момент

половини перерізу

Приклад позначення  
профілю:

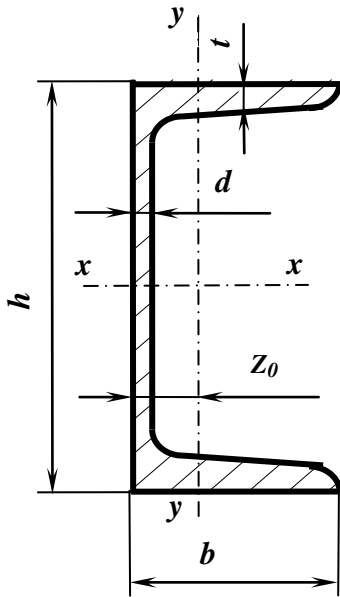
Двотавр 30 ГОСТ 8239-89

Таблиця А.2

Номер профілю	Основні розміри, мм				$F$ см <sup>2</sup>	$J_x$ см <sup>4</sup>	$W_x$ см <sup>3</sup>	$i_x$ см	$S_x$ см <sup>3</sup>	$J_y$ см <sup>4</sup>	$W_y$ см <sup>3</sup>	$i_y$ см
	$h$	$b$	$d$	$t$								
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
18a	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
20a	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
22a	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24a	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27a	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30a	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03
45	450	160	9	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09
50	500	170	10	15,2	100	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23
55	550	180	11	16,5	118	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39
60	600	190	12	17,8	138	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54

### 3. Швелери сталеві гарячекатані

( за ГОСТ 8240-89)



Таблиця А.3

Позначення:

$h$  – висота профілю  
 $b$  – ширина полки  
 $d$  – товщина стінки  
 $t$  – середня товщина полки  
 $F$  – площа перерізу  
 $J$  – моменти інерції

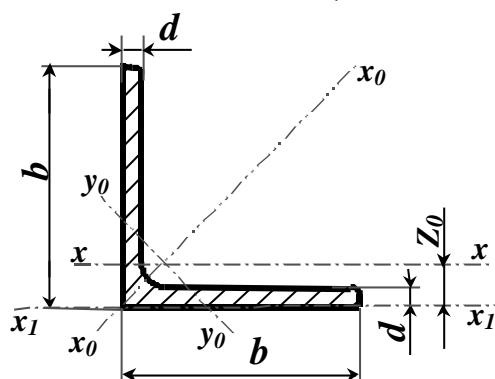
$W$  – моменти опору  
 $i$  – радіуси інерції  
 $S_x$  – статичний момент  
 половини перерізу  
 $Z_0$  – відстань від осі  $y$   
 до зовнішньої грані стінки

Приклад позначення профілю:

Швелер 30 ГОСТ 8240-89

Номер профілю	Основні розміри, мм				$F$ см <sup>2</sup>	$J_x$ см <sup>4</sup>	$W_x$ см <sup>3</sup>	$i_x$ см	$S_x$ см <sup>3</sup>	$J_y$ см <sup>4</sup>	$W_y$ см <sup>3</sup>	$i_y$ см	$Z_0$ см
	$h$	$b$	$d$	$t$									
5	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,0	8,7	3,68	1,08	1,24
8	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67
14a	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87
16	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,6	13,8	1,87	1,80
16a	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00
18	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86	17,0	2,04	1,94
18a	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13
20	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
20a	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28
22	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
22a	220	87	5,4	10,2	28,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46
24	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
24a	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67
27	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	400	115	8,0	13,5	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

#### 4. Кутики сталеві гарячекатані рівнополічні (за ГОСТ 8509-93 або ДСТУ2251-93)



Позначення:

$b$  – ширина полки  
 $F$  – площа перерізу  
 $i$  – радіуси інерції

$d$  – товщина полки  
 $J$  – моменти інерції  
 $Z_0$  – відстань від центра ваги перерізу до зовнішньої грані полки

Приклад позначення профілю:

**Куттик 50x50x3 ГОСТ 8509-93**

Таблиця А.4

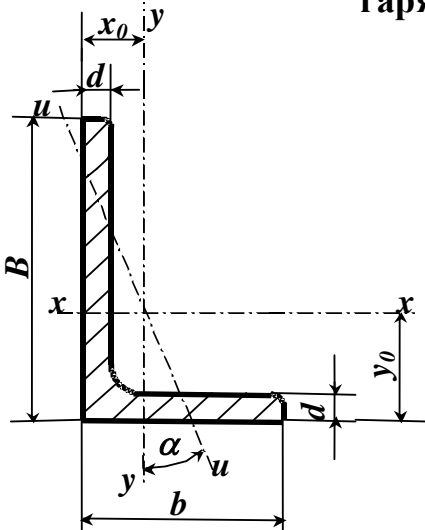
Номер куттика	Основні розміри, мм		$F$ см <sup>2</sup>	$J_X$ см <sup>4</sup>	$i_X$ см	$J_{X_0}$ макс см <sup>4</sup>	$i_{x_0}$ макс см	$J_{y_0}$ мін см <sup>4</sup>	$i_{y_0}$ мін см	$Z_0$ См
	$b$	$d$								
2	20	3	1,13	0,40	0,59	0,6	0,75	0,17	0,39	0,60
		4	1,46	0,50	0,58	0,8	0,73	0,22	0,38	0,64
2,5	25	3	1,43	0,81	0,75	1,3	0,95	0,34	0,49	0,73
		4	1,86	1,03	0,74	1,6	0,93	0,44	0,48	0,76
		5	2,27	1,22	0,73	1,9	0,92	0,53	0,48	0,80
2,8	28	3	1,62	1,16	0,85	1,8	1,07	0,48	0,55	0,80
3	30	3	1,74	1,45	0,91	2,3	1,15	0,60	0,59	0,85
		4	2,27	1,84	0,90	2,9	1,13	0,77	0,58	0,89
		5	2,78	2,20	0,89	3,5	1,12	0,94	0,58	0,93
3,2	32	3	1,86	1,77	0,97	2,8	1,23	0,74	0,63	0,89
		4	2,43	2,26	0,96	3,6	1,21	0,94	0,62	0,94
3,5	35	3	2,04	2,35	1,07	3,7	1,35	0,97	0,69	0,97
		4	2,67	3,01	1,06	4,8	1,33	1,25	0,68	1,01
		5	3,28	3,61	1,05	5,7	1,32	1,52	0,68	1,05
4	40	3	2,35	3,55	1,23	5,6	1,55	1,47	0,79	1,09
		4	3,08	4,58	1,22	7,3	1,53	1,90	0,78	1,13
		5	3,79	5,53	1,21	8,8	1,52	2,30	0,78	1,17
		6	4,48	6,41	1,20	10,1	1,50	2,70	0,78	1,21
4,5	45	3	2,65	5,13	1,39	8,1	1,75	2,12	0,89	1,21
		4	3,48	6,63	1,38	10,5	1,74	2,74	0,89	1,26
		5	4,29	8,03	1,37	12,7	1,72	3,33	0,88	1,30
		6	5,08	9,35	1,36	14,8	1,71	3,90	0,88	1,34
5	50	3	2,96	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	1,33
		4	3,89	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	1,38
		5	4,80	11,20	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	1,42
		6	5,69	13,07	1,52	20,7	1,91	5,43	0,98	1,46
5,6	56	4	4,38	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	1,52
		5	5,41	16,0	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	1,57
6,3	63	4	4,96	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	1,69
		5	6,13	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	1,74
		6	7,28	27,1	1,93	42,9	2,43	11,20	1,24	1,78
7	70	4,5	6,20	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	1,88
		5	6,86	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	1,90
		6	8,15	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	1,94
		7	9,42	43,0	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	1,99
		8	10,7	48,2	2,13	76,4	2,68	20,0	1,37	2,02
7,5	75	5	7,39	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	2,02
		6	8,78	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	2,06
		7	10,1	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	2,10
		8	11,5	59,8	2,28	94,6	2,87	24,8	1,47	2,15
		9	12,8	66,1	2,27	105,0	2,86	27,5	1,46	2,18



Продовження таблиці А.4

Номер кутика	Основні розміри, мм		$F$ см <sup>2</sup>	$J_X$ см <sup>4</sup>	$i_X$ см	$J_{X_0}$ max см <sup>4</sup>	$i_{x_0}$ max см	$J_{y_0}$ min см <sup>4</sup>	$i_{y_0}$ min см	$Z_0$ См
	$b$	$d$								
8	80	5,5	8,63	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	2,17
		6	9,38	57,0	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	2,19
		7	10,8	65,3	2,45	104,0	3,09	27,0	1,58	2,23
		8	12,3	73,4	2,34	116,0	3,08	30,3	1,57	2,27
9	90	6	10,6	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	2,43
		7	12,3	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	2,47
		8	13,9	106,0	2,76	168	3,48	43,8	1,77	2,51
		9	15,6	118,0	2,75	186	3,46	48,6	1,77	2,55
10	100	6,5	12,8	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	2,68
		7	13,8	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	2,71
		8	15,6	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	2,75
		10	19,2	179	2,05	284	3,84	74,1	1,96	2,83
		12	22,8	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	2,91
		14	26,3	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	2,99
11	110	7	15,2	176	3,40	279	4,29	72,7	2,19	2,96
		8	17,2	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	3,00
12,5	125	8	19,7	294	3,37	467	4,87	122	2,49	3,36
		9	22,0	327	3,86	520	4,86	135	2,48	3,40
		10	24,3	360	3,85	571	4,84	149	2,47	3,45
		12	28,9	422	3,82	670	4,82	174	2,46	3,53
		14	33,4	482	3,80	764	4,78	200	2,45	3,61
14	140	9	24,7	466	4,34	739	5,47	192	2,79	3,78
		10	27,3	512	4,33	814	5,46	211	2,78	3,82
16	160	12	32,5	602	4,31	957	5,43	248	2,76	3,90
		10	31,4	774	4,96	1229	6,25	319	3,19	4,30
		11	34,4	844	4,95	1341	6,24	348	3,18	4,35
		12	37,4	913	4,94	1450	6,23	376	3,17	4,39
		14	43,3	1046	4,92	1662	6,20	431	3,16	4,47
		16	49,1	1175	4,89	1866	6,17	485	3,14	4,55
18	180	18	54,8	1299	4,87	2061	6,13	537	3,13	4,63
		20	60,4	1419	4,85	2248	6,10	589	3,12	4,70
20	200	11	38,8	1216	5,60	1933	7,06	500	3,59	4,85
		12	42,2	1317	5,59	2093	7,04	540	3,58	4,89
		12	47,1	1823	6,22	2896	7,84	749	3,99	5,37
		13	50,9	1961	6,21	3116	7,83	805	3,98	5,42
		14	54,6	2097	6,20	3333	7,81	861	3,97	5,46
		16	62,0	2363	6,17	3755	7,78	970	3,96	5,54
		20	76,5	2871	6,12	4560	7,72	1182	3,93	5,70
22	220	25	94,3	3466	6,06	5494	7,63	1438	3,91	5,89
		30	111,5	4020	6,00	6351	7,55	1688	3,89	6,07
25	250	14	60,4	2814	6,83	4470	8,60	1159	4,38	5,93
		16	68,6	3175	6,81	5045	8,58	1306	4,36	6,02
		16	78,4	4717	7,76	7492	9,78	1942	4,98	6,75
		18	87,7	5247	7,73	8337	9,75	2158	4,96	6,83
		20	97,0	5765	7,71	9160	9,72	2370	4,94	6,91
		22	106,1	6270	7,69	9961	9,69	2579	4,93	7,00
		25	119,7	7006	7,65	11125	9,64	2887	4,91	7,11
25	250	28	133,1	7717	7,61	12244	9,59	3190	4,89	7,23
		30	142,0	8117	7,59	12965	9,56	3389	4,89	7,31

## 5. Кутики сталеві гарячекатані нерівнополічні (за ГОСТ 8510-86)



Позначення:

$B$  – ширина більшої полки       $b$  – ширина меншої полки  
 $d$  – товщина полки               $F$  – площа перерізу  
 $J$  – моменти інерції               $i$  – радіуси інерції  
 $x_0, y_0$  – відстані від центра ваги перерізу до зовнішніх граней полкок  
 $\alpha$  – кут нахилу осі  $u$

Приклад позначення профілю:

**Кутик 50x32x3 ГОСТ 8510-86**

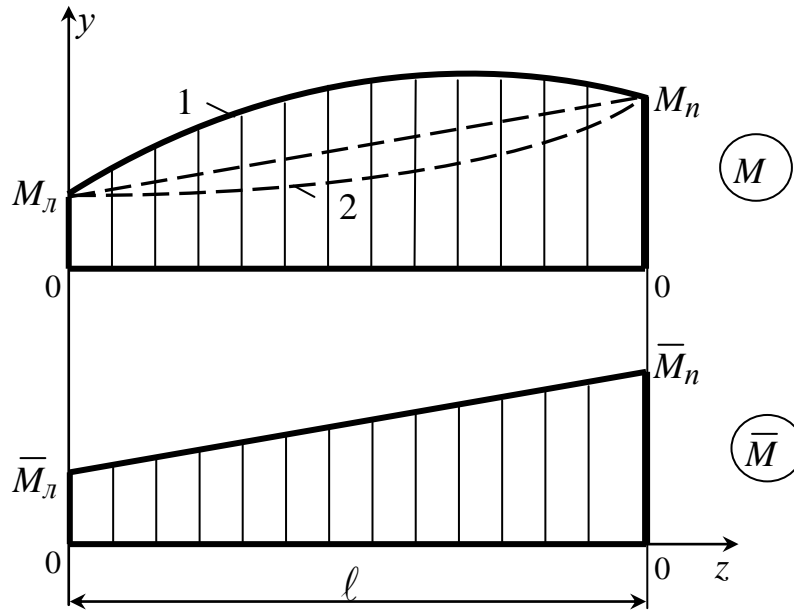
Таблиця А.5

Номер кутика	Основні розміри, мм			$F$ см <sup>2</sup>	$J_x$ см <sup>4</sup>	$J_y$ см <sup>4</sup>	$J_u$ мін см <sup>4</sup>	$i_u$ см	$x_0$ см	$y_0$ см	tg $\alpha$
	$B$	$b$	$d$								
2,5/1,6	25	16	3	1,16	0,70	0,22	0,13	0,34	0,42	0,86	0,392
3/2	30	20	3	1,43	1,27	0,45	0,26	0,43	0,51	1,00	0,427
			4	1,86	1,61	0,56	0,34	0,43	0,54	1,04	0,421
3,2/2	32	20	3	1,49	1,52	0,46	0,28	0,43	0,49	1,08	0,382
			4	1,94	1,93	0,57	0,35	0,43	0,53	1,12	0,374
4/2,5	40	25	3	1,89	3,06	0,93	0,56	0,54	0,59	1,32	0,385
			4	2,47	3,93	1,18	0,71	0,54	0,63	1,37	0,381
			5	3,03	4,73	1,41	0,86	0,53	0,66	1,41	0,374
4/3	40	39	4	2,67	4,18	2,01	1,09	0,64	0,78	1,28	0,544
			5	3,28	5,04	2,41	1,33	0,64	0,82	1,32	0,539
4,5/2,8	45	28	3	2,14	4,41	1,32	0,79	0,61	0,64	1,47	0,382
			4	2,80	5,68	1,69	1,02	0,60	0,68	1,51	0,379
5/3,2	50	32	3	2,42	6,18	1,99	1,18	0,70	0,72	1,60	0,403
			4	3,17	7,98	2,56	1,52	0,69	0,76	1,65	0,401
5,6/3,6	56	36	4	3,58	11,4	3,7	2,19	0,78	0,84	1,82	0,406
			5	4,41	13,8	4,48	2,66	0,78	0,88	1,86	0,404
6,3/4	63	40	4	4,04	16,3	5,16	3,07	0,87	0,91	2,03	0,397
			5	4,98	19,9	6,26	3,72	0,86	0,95	2,08	0,396
			6	5,90	23,3	7,28	4,36	0,86	0,99	2,12	0,393
			8	7,68	29,6	9,15	5,58	0,85	1,07	2,20	0,386
6,5/5	65	50	5	5,56	23,41	12,08	6,41	1,07	1,26	2,00	0,576
			6	6,60	27,46	14,12	7,52	1,07	1,30	2,04	0,575
			7	7,62	31,32	16,05	8,60	1,06	1,34	2,08	0,571
			8	8,62	35,00	18,88	9,65	1,06	1,37	2,12	0,570
7/4,5	70	45	5	5,59	27,76	9,05	5,34	0,98	1,05	2,28	0,406
7,5/5	75	50	5	6,11	34,81	12,47	7,24	1,09	1,17	2,39	0,436
			6	7,25	40,92	14,60	8,48	1,08	1,21	2,44	0,435
			7	8,37	46,77	16,61	9,69	1,08	1,25	2,48	0,435
			8	9,47	52,38	18,52	10,87	1,07	1,29	2,52	0,430

Продовження таблиці А.5

Номер кутика	Основні розміри, мм			$F$ см <sup>2</sup>	$J_X$ см <sup>4</sup>	$J_Y$ см <sup>4</sup>	$J_u$ мин см <sup>4</sup>	$i_u$ см	$x_0$ см	$y_0$ см	tg $\alpha$
	$B$	$b$	$d$								
8/5	80	50	5	6,36	41,64	12,68	7,57	1,09	1,13	2,60	0,387
			6	7,55	48,98	14,85	8,88	1,08	1,17	2,65	0,386
8/6	80	60	6	8,15	52,06	25,18	13,61	1,29	1,49	2,47	0,547
			7	9,42	59,61	28,74	15,58	1,29	1,53	2,52	0,546
			8	10,6	66,88	32,15	17,49	1,28	1,57	2,56	0,544
9/5,6	90	56	5,5	7,86	65,3	19,7	11,8	1,22	1,26	2,92	0,384
			6	8,54	70,6	21,2	12,7	1,22	1,28	2,95	0,384
			8	11,2	90,9	27,1	16,3	1,21	1,36	3,04	0,380
10/6,3	100	63	6	9,59	98,3	30,6	18,20	1,38	1,42	3,23	0,393
			7	11,1	113,0	35,0	20,83	1,37	1,46	3,28	0,392
			8	12,6	127,0	39,2	23,38	1,36	1,50	3,32	0,391
			10	15,5	154,0	47,1	28,34	1,35	1,58	3,40	0,387
10/6,5	100	65	7	11,2	114,0	38,3	22,77	1,41	1,52	3,24	0,415
			8	12,7	138,3	43,0	25,24	1,41	1,56	3,28	0,414
			10	15,7	155,5	51,7	30,60	1,40	1,64	3,37	0,410
11/7	110	70	6,5	11,4	142	45,6	26,9	1,53	1,58	3,55	0,402
			8	13,9	172	54,6	32,3	1,52	1,64	3,61	0,400
12,5/8	125	80	7	14,1	227	73,7	43,4	1,76	1,80	4,01	0,407
			8	16,0	256	83,0	48,8	1,75	1,84	4,05	0,406
			10	19,7	312	100,0	59,3	1,74	1,92	4,14	0,404
			12	23,4	365	117,0	69,5	1,72	2,00	4,22	0,400
14/9	140	90	8	18,0	364	120	70,3	1,98	2,03	4,49	0,411
			10	22,2	444	146	85,5	1,96	2,12	4,58	0,409
16/10	160	100	9	22,9	606	186	110	2,20	2,23	5,19	0,391
			10	25,3	667	204	121	2,19	2,28	5,23	0,390
			12	30,0	784	239	142	2,18	2,36	5,32	0,388
			14	34,7	897	272	162	2,16	2,43	5,40	0,385
18/11	180	110	10	28,3	952	276	165	2,42	2,44	5,88	0,375
			12	33,7	1123	324	194	2,40	2,52	5,97	0,374
20/12,5	200	125	11	34,9	1449	446	264	2,75	2,79	6,50	0,392
			12	37,9	1568	482	285	2,74	2,83	6,54	0,392
			14	43,9	1801	551	327	2,73	2,91	6,62	0,390
			16	49,8	2026	617	367	2,72	2,99	6,71	0,388
25/16	250	160	12	48,3	3147	1032	604	3,54	3,53	7,97	0,410
			16	63,6	4091	1333	781	3,50	3,69	8,14	0,408
			18	71,1	4545	1475	896	3,49	3,77	8,23	0,407
			20	78,5	4987	1613	949	3,48	3,85	8,31	0,405

**ДОДАТОК Б**  
**Формула крайніх ординат**



*Рисунок Б.1*

$$\Delta = M \times \bar{M} = \frac{\ell}{6E \cdot J_x} \cdot (2M_L \cdot \bar{M}_L + 2M_n \cdot \bar{M}_n + M_L \cdot \bar{M}_n + M_n \cdot \bar{M}_L) \pm \frac{q \cdot \ell^3}{24E \cdot J_x} (\bar{M}_L + \bar{M}_n).$$

Формула призначена для визначення (по Мору) переміщень в балках і рамах при плоскому згині. В ній позначено:

$\Delta$  – переміщення (лінійне –  $\delta$ , кутове –  $\theta$ ) в заданому місці балки або рами;  
 $M$  і  $\bar{M}$  – відповідно епюри згинальних моментів від заданого навантаження і одиничного силового фактору (сили або моменту);

$\ell$  – довжина ділянки балки або стрижня рами (тобто відрізка, на якому кожна з обох епюр зображується єдиною лінією);

$J_x$  – момент інерції перерізу відносно осі  $x$  (на рисунку не показана);

$E$  – модуль пружності першого роду для матеріалу балки або рами;

$q$  – інтенсивність розподіленого навантаження;

$M_L, M_n$  – крайні ординати епюри  $M$ ;

$\bar{M}_L, \bar{M}_n$  – крайні ординати епюри  $\bar{M}$ .

Формула застосовується для кожної ділянки балки, де обидві епюри не є нульовими, після чого знайдені для всіх ділянок величини  $\Delta$  складаються з урахуванням їхніх знаків. У рамках ці величини визначаються для всіх зазначених ділянок усіх стрижнів.

Величини крайніх ординат обох епюр підставляються у формулу зі своїми знаками; на схемі вони показані як додатні.

Знак "плюс" перед поправкою на кривизну (тобто другою складовою у формулі крайніх ординат) ставиться в разі, коли епюра  $M$  є опуклою (крива 1), а "мінус" – коли вона угнута (крива 2). Коли ж ця епюра прямолінійна, поправка на кривизну дорівнює нулю.

